

Manual didáctico del

nepohualtzitzin

para el desarrollo de las competencias matemáticas



Manual didáctico del

nepohualtzitzin

para el desarrollo de las competencias matemáticas



SECRETARÍA DE EDUCACIÓN PÚBLICA

Alonso Lujambio Irazábal
Secretario

COORDINACIÓN GENERAL DE EDUCACIÓN
INTERCULTURAL Y BILINGÜE

Fernando I. Salmerón Castro
Coordinador General

Beatriz Rodríguez Sánchez
Directora de Investigación y Evaluación

José Francisco Lara Torres
Director de Diseño y Apoyo a Innovaciones Educativas

Ana Laura Gallardo Gutiérrez
Directora de Desarrollo del Currículum Intercultural

Javier López Sánchez
Director de Formación y Capacitación de Agentes Educativos

Bibiana Riess Carranza
Directora de Educación Informal y Vinculación

Ma. de Lourdes Casillas Muñoz
Directora de Educación Media Superior y Superior

Guadalupe Escamilla Hurtado
Directora de Información y Documentación

Esta edición fue elaborada en el marco del convenio de colaboración celebrado entre la Comisión Nacional para el Desarrollo de los Pueblos Indígenas y la Secretaría de Educación Pública para impulsar el enfoque intercultural y bilingüe en el Sistema Educativo Nacional, especialmente para la educación superior a través de las Universidades Interculturales.

Este programa es público y queda prohibido su uso con fines partidistas o de promoción personal.

Manual didáctico del
nepohualtzitzin
para el desarrollo de las competencias matemáticas



Primera edición, 2009

José Francisco Lara Torres
y Jorge Ramírez Lozano
Coordinación del proyecto

Everardo Lara González
Adrián Flores Sandoval
Autores

Ernestina Loyo Camacho
Supervisión editorial

Susana Moreno Parada
Cuidado editorial

Josefina Aguirre
Diseño gráfico

Heriberto Rodríguez Camacho
Fotografías

Iñaki Garrido Frizzi
Ilustraciones

Juan Ortega Corona
Retoque fotográfico

Se agradece la participación de los alumnos de 5° C de la Escuela Primaria “Luis de la Brena”, de su maestra Sara Carolina López Apolinar, de su directora Silvia Patricia Reza Becerril, y de los docentes que enriquecieron esta guía con sus comentarios.

D.R. © Secretaría de Educación Pública
Coordinación General de Educación Intercultural y Bilingüe
Barranca del Muerto núm. 275, piso 2, Col. San José Insurgentes
Del. Benito Juárez, C.P. 03900, México, D.F.
Tel. +52 (55) 3601-1000, 3601-1097, 3601-3300 exts. 68583, 68556
<http://eib.sep.gob.mx>
correo-e: cgeib@sep.gob.mx

D.R. © Comisión Nacional para el Desarrollo de los Pueblos Indígenas
Av. México Coyoacán 343, Col. Xoco, Del. Benito Juárez, C.P. 03330, México, D.F.
Tel. +52 (55) 9183-2100
www.cdi.gob.mx

ISBN: 978-970-814-207-7

Se autoriza la reproducción, parcial o total, de esta obra siempre y cuando se cite la fuente, sea con propósitos educativos y sin fines de lucro.

Impreso y hecho en México

Distribución gratuita. Prohibida su venta

Índice

Presentación	7	III. Tercer ciclo de primaria	
Dedicatoria a David Esparza Hidalgo	8	(5° y 6° grados)	52
Introducción	9	Competencias para los alumnos	54
Uso del nepohualtzitzin en México		Raíz cuadrada	55
y otros países	10	Sistema vigesimal	61
Esencia y valores del nepohualtzitzin	11	Simbolismo cósmico del	
Recomendaciones de uso	16	pensamiento vigesimal	61
Estructura del instrumento de cálculo	17	Numerales mayas y mexicas	61
Competencias en el nivel preescolar		Teoría de la Gran Explosión	63
relacionadas con el uso		Metáfora matemática del	
del nepohualtzitzin	18	idioma náhuatl	63
Competencias en el nivel primaria		Geometría suprema	64
relacionadas con el uso		Simbolismo y evolución	
del nepohualtzitzin	21	numérica del 20	65
I. Primer ciclo de primaria		Uso del nepohualtzitzin en el	
(1° y 2° grados)	22	sistema vigesimal	69
Competencias para los alumnos	24	Representación de los números en	
Suma	25	sistema vigesimal	70
Resta	27	Relación con los cuadernos de trabajo	
Relación con los cuadernos de trabajo		de matemáticas del plan de estudio 2009	
de matemáticas del plan de estudio 2009		(etapa de prueba)	75
(etapa de prueba)	30	Relación con los libros	
Relación con los libros de		de texto gratuitos de matemáticas	75
texto gratuitos de matemáticas	31	Conclusiones	77
II. Segundo ciclo de primaria		Bibliografía	79
(3° y 4° grados)	32		
Competencias para los alumnos	34		
Multiplicación	35		
Multiplicación para abreviar por cinco	42		
División	46		
Relación con los libros			
de texto gratuitos de matemáticas	51		

Presentación

Uno de los objetivos fundamentales de la Coordinación General de Educación Intercultural y Bilingüe de la SEP (CGEIB) es impulsar un mejor conocimiento de la gran riqueza cultural étnica y lingüística de México tanto en el Sistema Educativo Nacional como entre toda la población del país. Este reconocimiento propiciará que entre toda la población se multipliquen las actitudes de respeto, valoración y aprecio acerca de este patrimonio cultural de la humanidad. Los principales proyectos de la CGEIB y sus resultados tienen el propósito de contribuir a lograr relaciones más equitativas entre las personas y los grupos sociales de México. El manual que aquí presentamos es parte significativa de este esfuerzo.

Los pueblos originarios de Mesoamérica, a través de su capacidad de observación constante y ordenada de la naturaleza y del universo, desarrollaron conocimientos matemáticos muy avanzados desde la época prehispánica. Baste recordar que los mayas desarrollaron la noción del cero, crearon símbolos o glifos que representaban sus ideas y un sistema numérico vigesimal. Sus excepcionales conocimientos astronómicos les permitieron desarrollar cálculos exactos sobre el movimiento de los planetas y definir con precisión cuándo ocurrirían los solsticios, equinoccios, eclipses y otros fenómenos astrales. Además, con base en este conocimiento matemático y en los ciclos naturales que descubrieron, llegaron a predecir eventos que podían beneficiarlos o perjudicarlos en su vida económica y social.

Un aporte de estos pueblos originarios al mundo, que no ha sido reconocido lo suficiente, es el nepohualtzitzin, mediante el cual pueblos mesoamericanos realizaban sus operaciones y cálculos matemáticos.

El *Manual didáctico del nepohualtzitzin para el desarrollo de las competencias matemáticas*, que ahora edita la CGEIB, ha sido diseñado para que los docentes en educación básica y todos aquellos interesados en el conocimiento y enseñanza de las matemáticas se familiaricen con él y lo utilicen en sus aulas. Este instrumento ha demostrado ser un material didáctico que contribuye a mejorar la comprensión y el logro académico de los alumnos en este campo disciplinario.

Fernando I. Salmerón Castro
Coordinador General de Educación Intercultural y Bilingüe

Dedicatoria a
DAVID
ESPARZA
HIDALGO

Sin lugar a dudas, para los interesados en el manejo del instrumento de cálculo nepohualtzitzin y su entorno histórico, resulta de incalculable valor conocer la trayectoria de David Esparza Hidalgo, eminente investigador mexicano, ingeniero civil de carrera, egresado del Instituto Politécnico Nacional, a quien se le deben los trabajos de rescate de este computador prehispánico.

David Esparza Hidalgo nació en Torreón, Coahuila, el 5 de marzo de 1925. En su época de estudiante, le surgieron grandes inquietudes por las matemáticas y especialmente por el estudio del origen de la computación prehispánica, lo que lo impulsó a realizar una interesante investigación de campo de aproximadamente dieciocho años en los lugares más recónditos de nuestro país, en donde pudieran existir antecedentes sobre las formas de contar o sobre la existencia de instrumentos de cálculo de nuestros antiguos mexicanos.

La convivencia y el aprendizaje de las costumbres de nuestro pueblo le permitieron rescatar conocimientos a los que hoy tenemos la oportunidad de darles continuidad, a fin de que los niños y los jóvenes no sólo de México, sino de todo el continente, aprovechen los beneficios didácticos de esta valiosa aportación científica de nuestros antepasados.

De su obra escrita destacan: *Cómputo azteca* (Editorial Diana); *Nepohualtzitzin, computador prehispánico en vigencia* (Editorial Diana); *Cómputos aztecas y la geometría* (edición particular), y *Calendario azteca y pirámides* (inédito).

El ingeniero Esparza Hidalgo dedicó varios años de su vida a la difusión y la enseñanza en diferentes centros educativos y culturales de nuestro país y allende nuestras fronteras. Algunas de sus distinciones y nombramientos fueron los siguientes:

- 1966 Socio numerario del Instituto de Cultura Mexicana
- 1967 Director de la Academia de Matemáticas del Instituto de Cultura Mexicana
- 1969 Miembro de la Sociedad Mexicana de Geografía y Estadística
- 1977 Miembro fundador del Centro de la Cultura Preamericana

Introducción

Cuando tuve por primera vez un nepohualtitzin en mis manos, vinieron a mi mente muchos recuerdos de mi abuelo y de mis padres, quienes me enseñaron a cultivar y desgranar el maíz, pero sobre todo a tenerle amor y respeto a la tierra. Por eso hoy, al ver que el nepohualtitzin está compuesto por granos de maíz, considero que es parte de mi cultura y de mis antepasados. Ante todo ello, estoy consciente de la gran responsabilidad que implica poder compartir este conocimiento con mis compañeros docentes. Aún más, es doble la responsabilidad de enseñarlo a todos los estudiantes de educación primaria que pasan por nuestras aulas.

En el año 2000, cuando me desempeñaba como profesor de grupo, pude observar los cambios de razonamiento matemático que adquirirían los estudiantes, y algo de lo que pude percatarme con precisión fue de la imaginación que desarrollaron para resolver problemas matemáticos. Convencido de este instrumento de cálculo y de todas las bondades que nos brinda, en el año 2004, ya como director de la Escuela Primaria “Luis de la Brena”, en la comunidad de San Miguel Xicalco, Delegación Tlalpan, en la Ciudad de México, pude llevar a cabo un plan de trabajo con mis compañeros docentes para que los alumnos que integraban dicha comunidad educativa adquirieran esta habilidad.

Es necesario reconocer que, en principio, no todos (adultos o niños) aceptan ni asimilan el nepohualtitzin, ya que supone cambiar nuestra forma de facilitar el aprendizaje de las matemáticas; pero esto no debe desalentarnos, ya que todo aquel que enseñe un conocimiento o habilidad debe poseer tres características:

- Paciencia
- Perseverancia
- Observación

Voy a referirme a la observación, no porque las otras sean menos importantes, sino porque considero que el docente debe desarrollar esta competencia, ya que en la medida en que observe este aprendizaje en sus alumnos, podrá ir introduciendo conocimientos cada vez más complejos.

Por ello, compañeros docentes, bienvenidos al mundo mágico, místico pero real del nepohualtitzin. ¡Disfrútenlo!

Adrián Flores Sandoval

Director de las escuelas primarias “Humberto Esparza Villarreal” (turno matutino)
e “Ignacio Rodríguez Galván” (turno vespertino)

Uso del nepohualtztzin en México y otros países



ne = persona
pohual o pohualli = cuenta
tzitzin = trascender

La persona que tiene el conocimiento de la cuenta de la simplicidad de la armonía para trascender.

Después de la muerte de David Esparza Hidalgo, el nepohualtztzin empezó a ser usado en México en el ciclo escolar 1994-1995, en la Escuela Primaria “Guillén de Lampart”, Delegación Coyoacán, Ciudad de México. Posteriormente, se comenzó a utilizar en la Escuela Primaria “Esperanza López Mateos”, de la misma delegación, y esta escuela exportó la experiencia a diferentes planteles educativos de la Ciudad de México.

La Escuela Primaria “Luis de la Brena” es uno de los planteles educativos que más se ha beneficiado con el uso del nepohualtztzin desde el año 2004. Está ubicada en la comunidad de San Miguel Xicalco, Delegación Tlalpan, Ciudad de México. En el año 2005, se realizó una exposición sobre la naturaleza del nepohualtztzin y su uso en el 38 Congreso Nacional de Matemáticas, organizado por la Sociedad Matemática Mexicana y el Instituto Politécnico Nacional.

En lo que respecta al extranjero, a partir del año 2002, la Academia Semillas del Pueblo, ubicada en la ciudad de Los Ángeles, California, adoptó el nepohualtztzin en su currícula escolar y sus alumnos han obtenido reconocimientos nacionales por su nivel de competencia matemática.

En el año 2006, la Universidad de Texas en San Antonio estableció un programa de excelencia docente e incluyó lo referente al uso del nepohualtztzin.

En el año 2007, la doctora en matemáticas Natalia Sgreccia lo implementó en la Universidad de Rosario, Argentina, como un programa de historia de las matemáticas en el continente.

En el año 2008, se dio a conocer el nepohualtztzin en el Programa Científico Internacional, del Comité de Historia y Pedagogía de las Matemáticas, con sede en Grecia.

Crepúsculos y Alboradas



Cuenta la leyenda que *K'in*, el padre Sol, para salir cada mañana de manera normal sobre la Tierra, necesitó ayuda, no pudo hacerlo sólo.

En el mundo vivían los jaguares del amanecer: fuertes, hermosos y confiables. Eran los encargados de elevar el Sol cada mañana y recorrerlo por el firmamento sobre la Tierra. También vivían los jaguares de la noche: fuertes, hermosos y feroces. Eran los encargados de la oscuridad y tenían la misión de detener al Sol, de impedir su paso, de aniquilarlo. Querían que la noche reinara por siempre sobre la Tierra.

Todos los días se establecía una lucha: los jaguares del amanecer para empujar al Sol por el firmamento, los jaguares de la noche para detenerlo.

Finalmente, un buen día, cansados de tanta lucha diaria, todos los jaguares tomaron una determinación: celebrarían una lucha final, devastadora. Sería una lucha a muerte. El ganador tendría pleno derecho a decidir sobre los movimientos del Sol.

Era una decisión tremenda. Pero los jaguares del amanecer y los jaguares de la noche la aceptaron llenos de orgullo.

En el día acordado, en el sitio acordado, se celebró la lucha: bestial, feroz, sin tregua alguna, interminable y sangrienta.

Cuando todo acabó, el paisaje se había teñido de sangre. ¡Los jaguares de la noche habían sido derrotados!

Los jaguares del amanecer, en medio de su victoria, se mostraban generosos: de ahí en adelante, permitirían a los jaguares de la noche reinar durante algunas horas. La noche podría seguir existiendo, pero siempre con respeto a *K'in*, el padre Sol, siempre con un lugar pleno y poderoso para la luz del día.

Así fue el acuerdo y así se respetó por los siglos de los siglos. Aún hoy se sigue respetando.

Únicamente para estar seguros, los jaguares del amanecer tomaron una precaución: decidieron que, de ahí en adelante, los crepúsculos y las

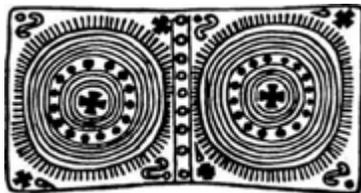


Dualidad

día	noche
vida	muerte
sol	luna
calor	frío
lluvia	sequía
luz	oscuridad

alboradas se teñirían con rojos, naranjas, amarillos y morados intensos, como un recordatorio de la desgarradora batalla.

Y así fue. Desde aquel día, cada atardecer, el cielo se pinta de colores para avisarle a la noche que su reinado es efímero; y los amaneceres se tiñen deslumbrantes para recordarnos a todos que, pase lo que pase y se oponga quien se oponga, éste es el reino de *K'in*, el Sol, el señor del día, el padre amoroso, el dios de la fuerza y de la luz. Los colores del cielo nos recuerdan que el Sol saldrá cada mañana y que ahí estarán siempre presentes los jaguares del amanecer para, aun a costa de sus vidas, asegurarlo. 🐾



El pueblo lacandón. Cuadernillo cultural, CGEIB
(Ventana a mi comunidad), México, 2006, pp. 36-39.

Puntos Cardinales, Días y Lunas



- 4 puntos solsticiales (cardinales)
- 4 fases lunares
- 4 estaciones del año
- 4 etapas de la vida
- 4 elementos de la creación

Los días de la semana tienen su propio significado. Los martes, jueves y sábados son días buenos, son días bienaventurados. Los lunes, miércoles y domingos no son muy buenos, pero no son demasiado malos.

El viernes es un día malo en el que pueden ocurrir calamidades.

También los puntos cardinales tienen sus propios significados.

El oriente es el lugar de la luz, del Sol, del agua, del nacimiento y la abundancia. Ahí se encuentra todo bien.

El poniente es el lugar de la muerte, la oscuridad, los espíritus del mal y la Luna.

El sur es el lugar del trueno, el calor, el poder, la salud, la fuerza y los espíritus de los antepasados.

El norte es el lugar del frío, la desgracia, el hambre, la enfermedad, la destrucción y la muerte.

Y lo mismo se puede decir de las lunas.

Las lunas nuevas (novilunios) marcan el tiempo para el poder.

Las lunas llenas (plenilunios) marcan el tiempo para el ruego y el canto.

Las lunas crecientes marcan el tiempo para las misas, los responsos y para llevar flores a los templos y a los lugares sagrados de la naturaleza, como ermitas, cruces de caminos, árboles, cuevas, manantiales, peñascos y también panteones.

Las lunas menguantes marcan el tiempo adverso durante el cual hay que ser discretos y tomar precauciones. 🍷

*El pueblo mixe. Cuadernillo cultural, CGEIB
(Ventana a mi comunidad), México, 2006, pp. 52-53.*

el maíz



Como el suelo de la región chontal es fértil, las personas logran dos y hasta tres cosechas de maíz al año. Las mismas plantas silvestres de lo que se conoce como acahual, al pudrirse, abonan la tierra.

Hay una siembra que se llama tornamil, que se siembra en la tierra sin quemar. Otra siembra que se conoce como milpa de año se siembra en terrenos previamente quemados, para eliminar toda clase de plantas potencialmente dañinas para la milpa.

Así como las casas chontales se construyen con mano vuelta, la milpa también se siembra con mano vuelta, es decir, con la ayuda de todos los vecinos y bajo la coordinación del que más sabe.

Para limpiar el suelo antes de la siembra, cuando no lo queman, los chontales usan el machete y el garabato (gancho con el que se agachan las hierbas para que las corte el machete). Como el terreno es pantanoso, para sembrar usan un bastón puntiagudo con el que hacen hoyos en el suelo para depositar los granos de maíz en cada uno de ellos. A este bastón en Tabasco se le conoce con el nombre de macana y en otras regiones se le llama coa.

El trabajo en el campo se realiza desde las cuatro de la mañana y hasta el medio día, porque después, el Sol está alto y sus rayos resultan insoportables.

Algunos dicen que cuando el maíz se siembra en el cuarto creciente de la Luna, las cañas y las mazorcas crecen mucho, y dicen que cuando se siembra en Luna llena, las mazorcas salen completamente llenas de granos abundantes. Pero dicen que nunca jamás se debe sembrar cuando la Luna está decreciendo porque el maíz, así, no se desarrolla.

La milpa tiene algunos enemigos naturales que la destruyen y no la dejan crecer: la gallina ciega, insecto hambriento que perfora la caña; la ardilla, que aparece cuando la milpa ya tiene elotes; el chico, una especie de gato silvestre que, junto con el mapache y el loro, se comen el maíz maduro. Por eso, los campesinos tienen que visitar la milpa a diario, para cuidarla bien. 🐾

*El pueblo chontal de Tabasco. Cuadernillo cultural, CGEIB
(Ventana a mi comunidad), México, 2006, pp. 32-34.*

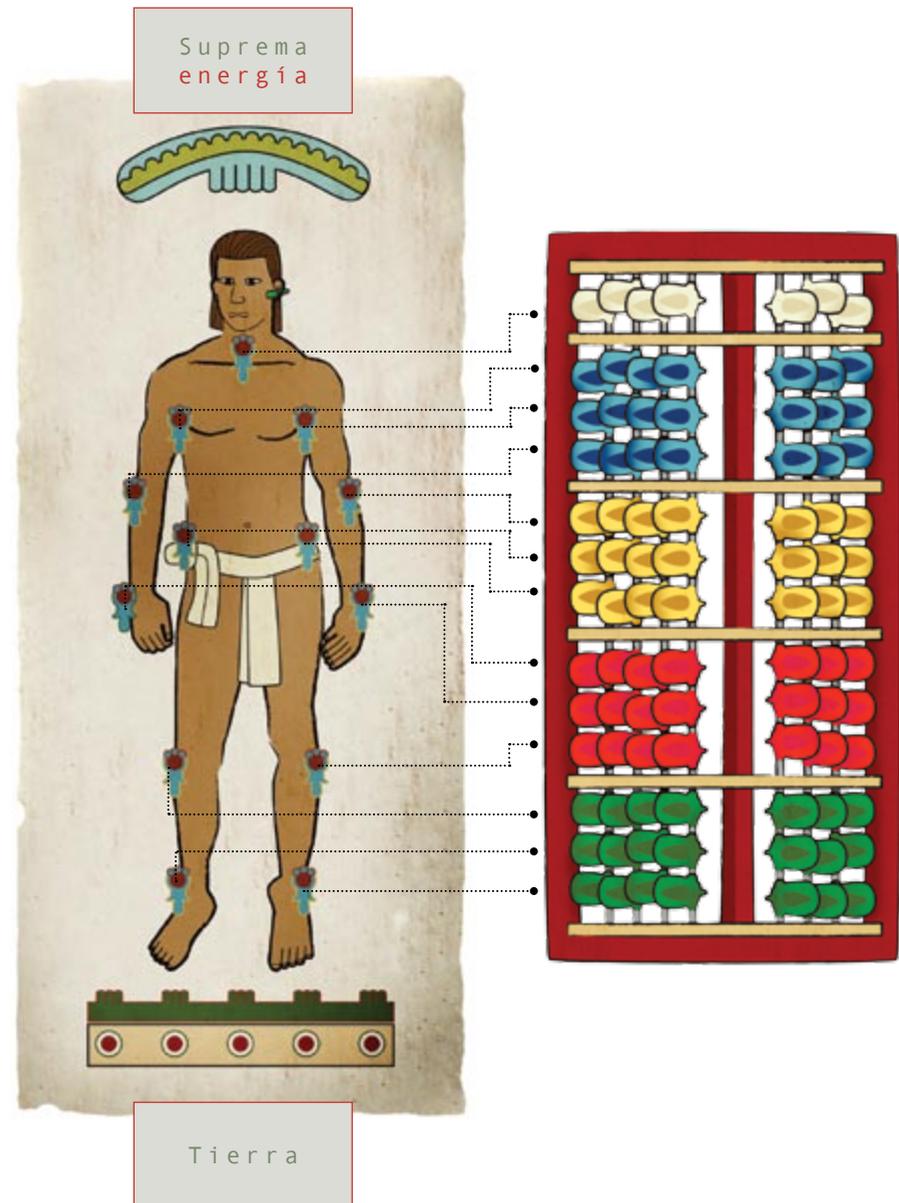
Ahora, veamos cómo los antiguos mexicanos concibieron el número 13 como representación de la expansión armónica.

- $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 + 13 = 91$
- $13 \times 7 = 91$
- $91 \times 1 = 91$ días de cada estación del año
- $91 \times 2 = 182$ días de siembra y cosecha del maíz
- $91 \times 3 = 273$ días de gestación del ser humano
- $91 \times 4 = 364$ días del año calcular o lunar

Los antiguos mexicanos visualizaron la verticalidad de la dimensión en el ser humano y el universo. En el ser humano, este ascenso se sugiere con la estructura de 13 grandes articulaciones del cuerpo. El nepohualtzitzin se compone de 13 líneas horizontales.



- 1 cuello
 - 2 hombros
 - 2 codos
 - 2 coxofemorales
 - 2 muñecas
 - 2 rodillas
 - 2 tobillos
-
- 13 articulaciones



Recomendaciones de uso

Este manual tiene como objetivo el aprendizaje del instrumento de cálculo nepohualtzitzin, por lo que recomendamos lo siguiente:

- Seguir el orden de los ejercicios, con el propósito de obtener la seguridad y rapidez necesaria.
- Practicar diariamente un mínimo de 15 minutos.

Se sugiere acomodar el instrumento de cálculo de la siguiente manera para realizar las operaciones:



1. Apoyar el nepohualtzitzin sobre una superficie plana.



2. Sostenerlo con los dedos índice y pulgar de la mano izquierda.

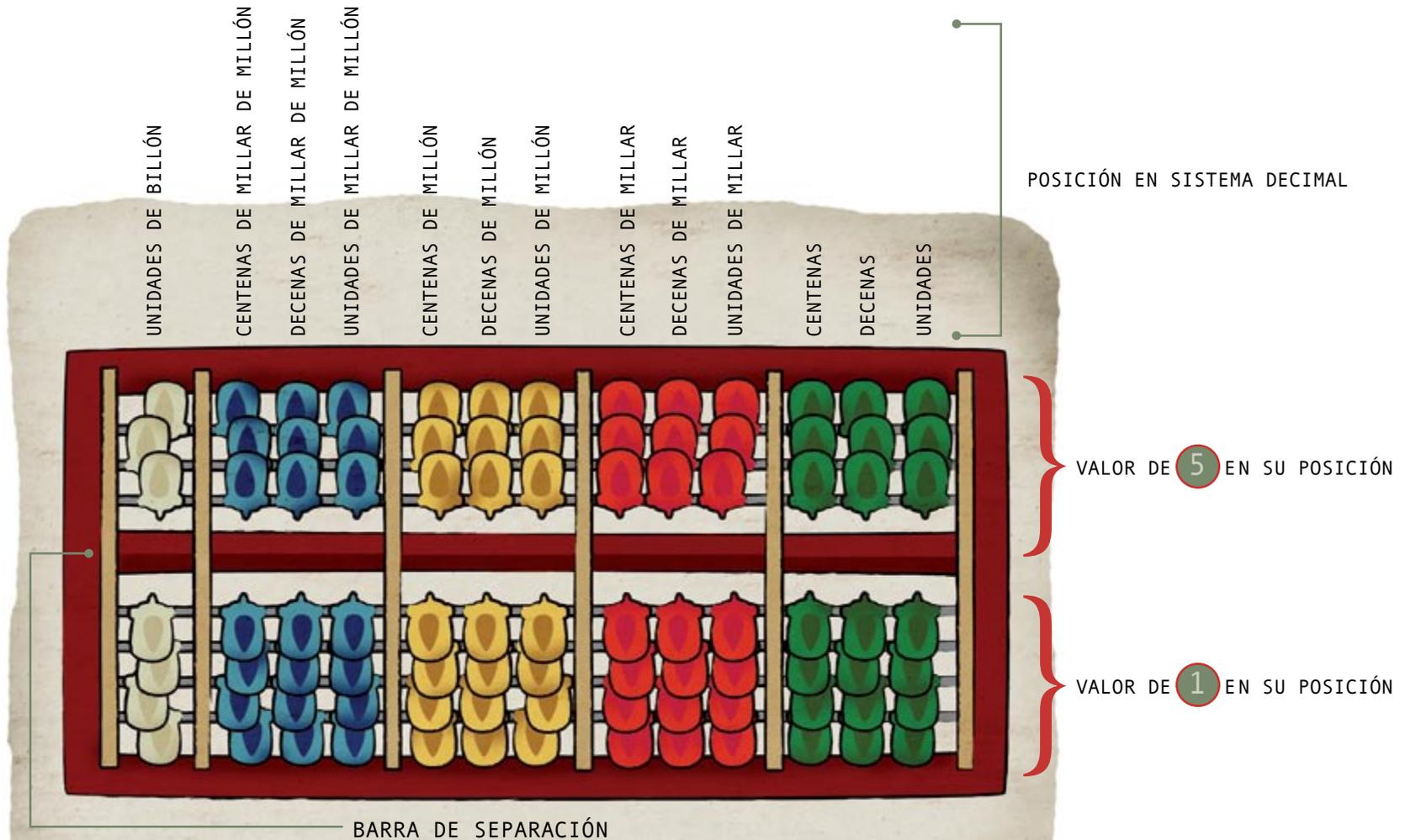


3. Colocar las cuentas en contacto con el marco superior e inferior. En esta forma, el instrumento de cálculo está en condiciones de iniciar las operaciones.



4. Realizar las operaciones con la mano derecha.

Estructura del instrumento de cálculo



Los granos adquieren valor al momento de moverlos:
hacia arriba los de valor 1, y hacia abajo los de valor 5

Competencias en el nivel preescolar relacionadas con el uso del nepohualtzitzin

El Programa de Educación Preescolar 2004 incluye el campo formativo pensamiento matemático, así como las competencias que se busca desarrollar y fortalecer en los menores de seis años.

La conexión entre las actividades matemáticas espontáneas e informales de los niños y su uso para propiciar el desarrollo del razonamiento, es el punto de partida de la intervención educativa en este campo formativo. Los fundamentos del pensamiento matemático están presentes en los niños desde edades muy tempranas. Como consecuencia de los procesos de desarrollo y de las experiencias que viven al interactuar con su entorno, desarrollan nociones numéricas, espaciales y temporales que les permiten avanzar en la construcción de situaciones matemáticas más complejas.

El ambiente natural, cultural y social en que viven, provee a los niños y las niñas de experiencias que de manera espontánea los llevan a realizar actividades de conteo, las cuales son una herramienta básica del pensamiento matemático. En sus juegos empiezan a poner en práctica los principios del conteo:

- **Correspondencia uno a uno:** contar todos los objetos de una colección una y sólo una vez, estableciendo la correspondencia entre el objeto y el número que le corresponde en la secuencia numérica.
- **Orden estable:** contar requiere repetir los nombres de los números en el mismo orden cada vez, es decir, el orden de la serie numérica siempre es el mismo 1, 2, 3, 4...
- **Cardinalidad:** comprender que el último número nombrado es el que indica cuántos objetos tiene una colección.
- **Abstracción:** el número en una serie es independiente de cualquiera de las cualidades de los objetos que se están contando; es decir, que las reglas para contar una serie de objetos iguales son las mismas para contar una serie de objetos de distinta naturaleza.

- **Irrelevancia del orden:** el orden en que se cuenten los elementos no influye para determinar cuántos objetos tiene la colección; por ejemplo, si se cuentan de derecha a izquierda o viceversa.

La abstracción numérica¹ y el razonamiento numérico² son dos habilidades básicas que los niños pueden adquirir y que son fundamentales en este campo formativo. En la educación preescolar, las actividades durante el juego y la resolución de problemas contribuyen al uso de los principios del conteo (abstracción numérica) y de las técnicas para contar (inicio del razonamiento numérico), de modo que los niños logren construir, de manera gradual, el concepto y el significado de número.

Para los niños, en un principio, el espacio es desestructurado, un espacio subjetivo, ligado a sus vivencias afectivas, a sus acciones. El pensamiento espacial se manifiesta en las capacidades de razonamiento que los niños utilizan para establecer relaciones con los objetos y entre los objetos, relaciones que dan lugar al reconocimiento de atributos y a la comparación, como base de los conceptos de espacio, forma y medida. En la educación preescolar, la construcción de nociones de espacio, forma y medida está íntimamente ligada a las experiencias que propicien la manipulación y comparación de materiales de diversos tipos, formas y dimensiones, la representación y reproducción de objetos y figuras, el reconocimiento de sus propiedades. Para favorecer el desarrollo del pensamiento matemático en este campo, se sustenta en la resolución de problemas con las siguientes consideraciones:

¹ Se refiere a los procesos por los que los niños captan y representan el valor numérico de una colección de objetos.

² Permite inferir los resultados, al transformar datos numéricos en apego a las relaciones que puedan establecerse entre ellos en una situación problemática.

- Un problema es una situación para la que el destinatario no tiene alguna solución construida de antemano. Cuando los niños comprenden el problema y se esfuerzan por resolverlo, y logran encontrar soluciones, se generan en ellos sentimientos de confianza y seguridad.
- Los problemas que se trabajen deben dar la oportunidad a la manipulación de objetos como apoyo al razonamiento, el material debe estar disponible, pero serán los niños los que decidan cómo van a usarlo.
- El trabajo con la resolución de problemas matemáticos exige una intervención educativa que considere los tiempos requeridos por los niños para reflexionar y decidir sus acciones, comentarlas y buscar estrategias propias de solución.

El desarrollo de las capacidades de razonamiento en los alumnos de educación preescolar se propicia cuando despliegan sus capacidades para comprender un problema, reflexionar sobre lo que se busca, estimar posibles resultados, buscar diversas vías de solución, comparar resultados, expresar ideas y explicaciones, y confrontarlas con sus compañeros.

Este campo formativo está organizado en dos aspectos relacionados con la construcción de nociones matemáticas básicas: Número y Forma, espacio y medida.

COMPETENCIAS	NÚMERO	FORMA, ESPACIO Y MEDIDA
	<ul style="list-style-type: none"> • Utiliza los números en situaciones variadas que implican poner en juego los principios del conteo. • Plantea y resuelve en situaciones que le son familiares y que implican agregar, reunir, quitar, igualar, comparar y repartir objetos. • Reúne información sobre criterios acordados, representa gráficamente dicha información y la interpreta. • Identifica regularidades en una secuencia a partir de criterios de repetición y crecimiento. 	<ul style="list-style-type: none"> • Reconoce y nombra características de objetos, figuras y cuerpos geométricos. • Construye sistemas de referencia en relación con la ubicación espacial. • Utiliza unidades no convencionales para resolver problemas que implican medir magnitudes de longitud, capacidad, peso y tiempo. • Identifica para qué sirven algunos instrumentos de medición.

Competencias en el nivel primaria relacionadas con el uso del nepohualtzitzin

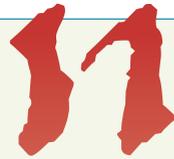
CATEGORÍA	COMPETENCIA	INDICADOR
<ul style="list-style-type: none"> Interculturalidad 	<ul style="list-style-type: none"> Aprovecho la diversidad cultural de la comunidad educativa para promover relaciones de tolerancia, respeto y equidad. Favorezco la valoración de nuestra identidad nacional y de la cultura universal. 	<ul style="list-style-type: none"> Favorezco la creación de espacios de convivencia y respeto para que mis alumnos y la comunidad educativa manifiesten sus costumbres y tradiciones culturales. Propicio que mis alumnos valoren y respeten las diferencias (género, etnia, religión, creencias, apariencia y capacidad física, intelectual, emocional, entre otras) para un enriquecimiento mutuo y permanente. Investigo con mi grupo las costumbres de la comunidad, sus semejanzas y diferencias con las de otros lugares de México y otros países. Propicio que mis alumnos se sientan orgullosos de ser mexicanos al conocer la historia, la geografía, las costumbres y las lenguas de nuestro país. Valoro la influencia recíproca entre nuestro legado cultural y la cultura universal.
<ul style="list-style-type: none"> Pensamiento lógico matemático 	<ul style="list-style-type: none"> Muestro un pensamiento matemático al manejar la imaginación espacial, el sistema de numeración decimal y resolver problemas, tanto en situaciones didácticas como en la vida cotidiana. 	<ul style="list-style-type: none"> Organizo y analizo datos en forma sistemática para resolver problemas. Verifico mis estrategias para resolver problemas, comprobar e interpretar resultados y generalizar soluciones. Empleo diferentes formas de representación matemática (operaciones aritméticas). Realizo estimaciones y anticipo resultados en mediciones y en operaciones aritméticas. Tomo conciencia de la estructura del sistema numérico decimal y apoyo a mis alumnos para que lo descubran.



- Se sugiere ver el video "Mazahuas", de la colección "Ventana a mi comunidad", disponible en <http://eib.sep.gob.mx/>

I. Primer ciclo de primaria (1° y 2° grados)

Palabras mazahuas



Nuestro espacio nacional está poblado por más de 60 lenguas distintas y cada una de ellas tiene sus propios sentidos, sus propias grafías y sus propias vibraciones sonoras específicas que, con su presencia, enriquecen el espacio de todos y abren posibilidades.

Al nombrar las cosas del mundo, cada lengua les da un significado propio, específico. Por eso, cuando hay muchas lenguas, las cosas del mundo adquieren muchos y muy diversos significados.*

Nuestro país goza de una gran diversidad cultural. Según el Catálogo de las lenguas indígenas nacionales, las lenguas que se hablan en México se derivan de 11 familias lingüísticas indoamericanas diferentes (Álgica, Yuto-nahua, Cochimí-yumana, Seri, Oto-mangüe, Maya, Totonaco-tepehua, Tarasca, Mixe-zoque, Chontal de Oaxaca, Huave). En estas familias se pueden identificar 68 agrupaciones lingüísticas, por ejemplo: de la Yuto-nahua se derivan, entre otros, el náhuatl, guarijío, yaqui, huichol; de la Maya, el lacandón, maya, ch'ol, tseltal, tsotsil, entre otros más. A su vez, a las agrupaciones lingüísticas les corresponden una o varias de las 364 variantes lingüísticas, ejemplos de esto son los casos del náhuatl con 30 variantes, el mazateco con 16, o el zapoteco con 62.**

* *El pueblo mazahua. Cuadernillo cultural*, CGEIB (Ventana a mi comunidad), México, 2006, p. 33.

** *Catálogo de las lenguas indígenas nacionales: Variantes lingüísticas de México con sus autodenominaciones y referencias geoestadísticas*, DOM, enero 14, 2008.

Competencias para los alumnos

COMPETENCIA GENERAL	COMPETENCIA DE PRIMER CICLO	INDICADOR
<ul style="list-style-type: none"> Comprende y aplica las reglas del sistema de numeración decimal. 	<ul style="list-style-type: none"> Sabe contar al menos hasta centenas y utiliza algunas reglas del sistema de numeración decimal. 	<ul style="list-style-type: none"> Realiza agrupamientos de unidades, decenas y centenas con dibujos o material concreto. Hace conversiones entre unidades, decenas y centenas utilizando materiales concretos. Construye y compara colecciones y números, hasta 999 para determinar cuál es mayor, cuál es menor o si son iguales. Dice y escribe la cantidad de una colección, hasta con tres cifras. Identifica el número anterior y posterior con cantidades pequeñas (hasta 99). Ordena, completa y construye series numéricas, de 1 en 1, de 2 en 2 y de 5 en 5 (por ejemplo: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20). Identifica el valor de un número según esté en el lugar de las unidades o de las decenas.
<ul style="list-style-type: none"> Aplica diversas estrategias para hacer estimaciones y cálculos mentales, al predecir, resolver y comprobar resultados de problemas aritméticos. 	<ul style="list-style-type: none"> Resuelve mentalmente problemas sencillos y estima el resultado. 	<ul style="list-style-type: none"> Calcula el resultado aproximado de problemas de suma utilizando diferentes estrategias. Calcula el resultado aproximado de problemas de resta utilizando diferentes estrategias. Representa gráficamente un problema que implica el uso de cantidades pequeñas. Resuelve mentalmente problemas de suma de hasta 20 elementos. Resuelve mentalmente problemas de resta con cantidades de un dígito. Dice cómo calculó la respuesta de un problema sencillo.
<ul style="list-style-type: none"> Resuelve problemas utilizando procedimientos concretos, algoritmos convencionales y con ayuda de la calculadora. 	<ul style="list-style-type: none"> Utiliza diversas estrategias concretas para resolver problemas sencillos y comprende algunas reglas de la suma y la resta. 	<ul style="list-style-type: none"> Agrega o quita materiales concretos para resolver problemas. Resuelve problemas sencillos de agregar o quitar mediante dibujos. Resuelve problemas sencillos de agregar o quitar mediante una suma o una resta. Resuelve problemas sencillos de agrupamiento de objetos. Resuelve problemas sencillos de reparto de objetos. Identifica cuándo se resuelve un problema con una suma o una resta. Realiza con precisión la suma con cantidades de dos dígitos y transformación. Realiza con precisión la resta con cantidades de dos cifras y sin transformación. Identifica que al sumar diferentes números puede obtener la misma cantidad (por ejemplo: $4 + 5 = 9$ y $6 + 3 = 9$). Reconoce que existe una relación entre sumas y restas (por ejemplo: $4 + 5 = 9$ con $9 - 5 = 4$ y $9 - 4 = 5$).

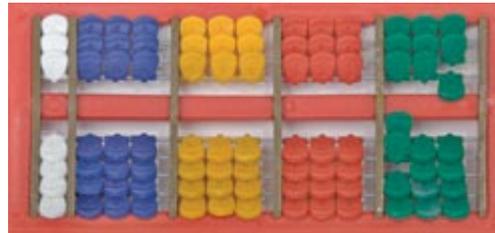
🌀 Suma



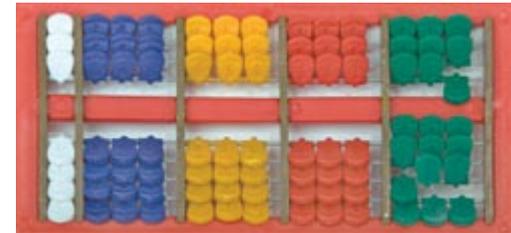
s • u • m • a

Vamos a realizar la siguiente adición:

$$\begin{array}{r} 205 \\ + 33 \\ \hline 238 \end{array}$$



Primer paso: Represento 205. Muevo hacia el centro 2 granos de la parte inferior de las centenas y 1 grano de la parte superior de las unidades.



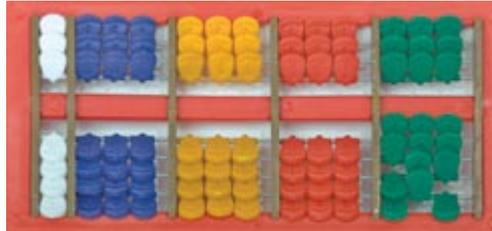
Segundo paso: Añado 33. Ahora muevo hacia el centro 3 granos de la parte inferior de las decenas y 3 granos de la parte inferior de las unidades.



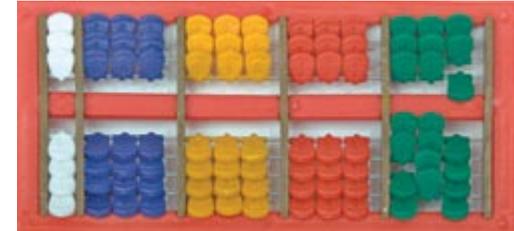
s • u • m • a

Ahora vamos a realizar una adición más difícil:

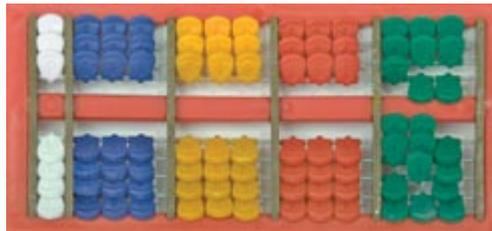
$$\begin{array}{r} 243 \\ + 42 \\ \hline 285 \end{array}$$



Primer paso: Represento 243. Muevo al centro 2 granos inferiores de las centenas, 4 granos inferiores de las decenas y 3 granos inferiores de las unidades.



Segundo paso: Como no tengo 2 granos más en la parte inferior de las unidades, agrego 1 grano de la parte superior de las unidades (con valor de 5) y regreso a su posición original los 3 granos inferiores de las unidades.



Tercer paso: Como no tengo 4 granos más en la parte inferior de las decenas, muevo hacia el centro 1 grano superior de las decenas (con valor de 50) y regreso a su posición original 1 grano inferior de las decenas.

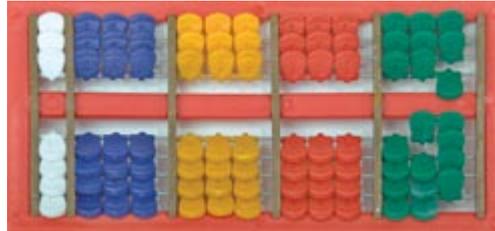
Restar



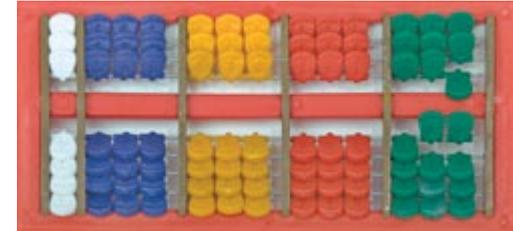
r • e • s • t • a

Vamos a realizar la siguiente sustracción:

$$\begin{array}{r} 19 \\ - 3 \\ \hline 16 \end{array}$$



Primer paso: Represento 19. Muevo hacia el centro 1 grano inferior de las decenas, 1 grano superior de las unidades (con valor de 5) y 4 granos inferiores de las unidades.



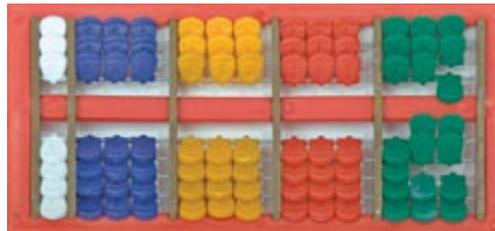
Segundo paso: Quito 3. Regreso a su posición original 3 granos inferiores de las unidades.



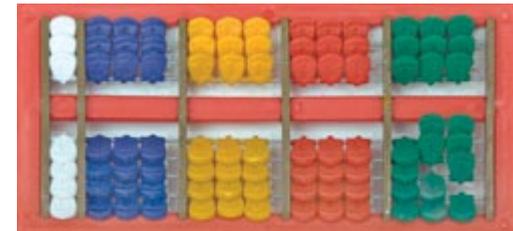
r • e • s • t • a

Vamos a realizar la siguiente sustracción:

$$\begin{array}{r} 27 \\ - 4 \\ \hline 23 \end{array}$$



Primer paso: Represento 27. Muevo hacia el centro 2 granos inferiores de las decenas, 1 grano superior de las unidades (con valor de 5) y 2 granos inferiores de las unidades.



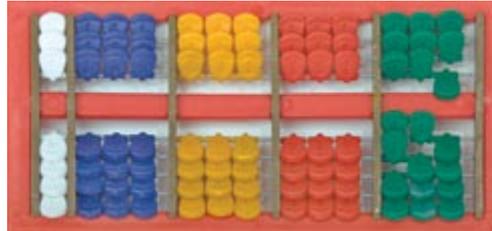
Segundo paso: Quito 4. Como no tengo 4 granos inferiores más de las unidades, regreso a su posición original el grano superior de las unidades (con valor de 5) y muevo al centro 1 grano inferior más de las unidades.



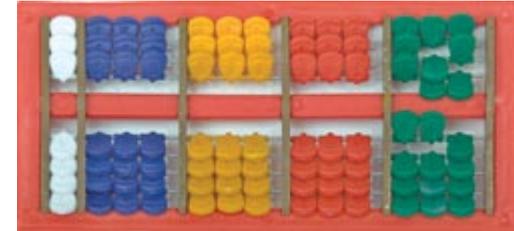
r • e • s • t • a

Vamos a realizar ahora una sustracción más difícil:

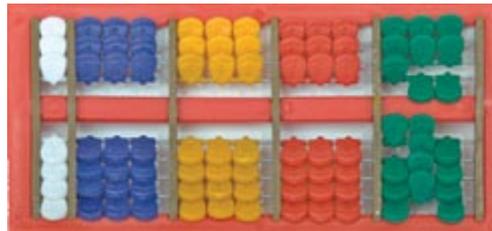
$$\begin{array}{r} 215 \\ - 25 \\ \hline 190 \end{array}$$



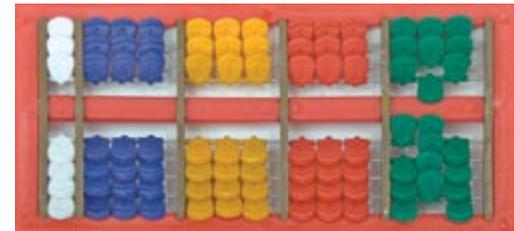
Primer paso: Represento 215. Muevo hacia el centro 2 granos inferiores de las centenas, 1 grano inferior de las decenas y 1 grano superior de las unidades (con valor de 5).



Segundo paso: Realizo una conversión. Regreso a su posición original 1 grano inferior de las centenas y muevo hacia el centro 2 granos superiores de las decenas con valor de 50 cada uno. Como se verá, se sigue representando el número 215.



Tercer paso: Quito 20. Regreso a su posición original 1 grano superior de las decenas con valor de 50 y muevo hacia el centro 3 granos inferiores de las decenas. Ahora tengo 195.



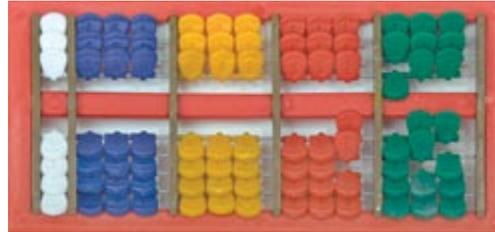
Cuarto paso: Regreso a su posición original 1 grano superior de las unidades. Tengo ahora 190.



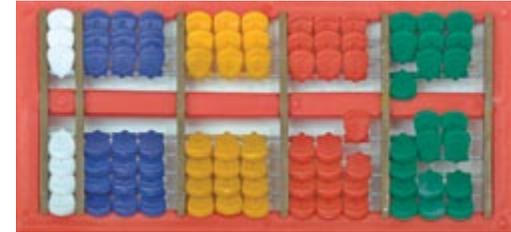
r • e • s • t • a

Vamos a realizar la siguiente sustracción:

$$\begin{array}{r} 2521 \\ - 999 \\ \hline 1522 \end{array}$$



Primer paso: Represento 2521. Muevo hacia el centro 2 granos inferiores de unidades de millar, 1 grano superior de las centenas (con valor de 500), 2 granos inferiores de las decenas y 1 grano inferior de las unidades.



Segundo paso: Quito 999. Regreso a su posición original 1 grano inferior de unidades de millar y muevo hacia el centro 1 grano inferior más de las unidades.

Relación con los **cuadernos de trabajo** de matemáticas del plan de estudios 2009 (etapa de prueba)



Primer grado

Lección	Página
¿Para qué sirven los números?	8,9
Busquemos los números	10,11
¿Más o menos?	12,13
¿Cuántos faltan?	14,15
Quitar y poner	16,17
¿Faltan o sobran?	18,19
Lo que falta	20,21
¡Vamos a contar!	22,23
¡Contar para atrás!	24,25
¿Cómo se escribe?	26,27
¡Que no se repita!	28,29
Lotería de números	30,31

Segundo grado

Lección	Página
La feria	6,7
La rifa	8,9
¿Cuántos frijoles hay en la bolsa?	10
La feria	11
Juegos con aros	12
Los tazos	13,14

Relación con los libros de texto gratuitos de matemáticas

Primer grado

Lección	Página
Completa para tener lo mismo	37
Agrega o quita	64
Menos uno, más dos	68
Lleva la cuenta	79
El tiro al blanco	87
Ilumina y encuentra el dibujo	92
¿Quién llegó más lejos?	104
Más diez, menos diez	113
Completa las tablas	137



Segundo grado

Lección	Página
Tonatiuh resta	54, 55
La vendedora de flores	60, 61
La tarea de Néstor	69
Di lo mismo de varias maneras	75
Zapatería “La bota de oro”	82, 83
Los puestos de frutas	89
Ferretería “La tachuela”	94, 95
El puesto de revistas	100
La cosecha de mangos	101
Uno más, uno menos	114, 115
Tonatiuh multiplica	118, 119
El cuadro de multiplicaciones	126, 127
Busca las series	132
¿Quién encuentra el resultado?	133
¿Cuál es la cuenta?	139
Hunde el submarino	142, 143





- Se sugiere ver el video “Chontales. Tomando pozol”, de la colección “Ventana a mi comunidad”, disponible en <http://eib.sep.gob.mx/>

II. Segundo ciclo de primaria (3° y 4° grados)

Economía



Hasta hace algunos años, los lacandones eran autosuficientes. Conseguían en la selva todo lo que necesitaban para su alimentación, para su ropa, para su vida religiosa, para la construcción de sus casas y sus herramientas de recolección y caza. No manejaban dinero y tenían muy poca relación con otras poblaciones del área.

Sin embargo, en los últimos tiempos han aprendido a usar algunos productos que se compran con dinero: aceite, azúcar o pilas para radiograbadoras. Ahora su economía es mixta. Usan el autoabasto y utilizan dinero que obtienen al vender algunos de sus productos en los mercados cercanos y algunas de sus artesanías en los centros turísticos, de manera especial en Bonampak y Palenque.

Los lacandones tienen cuatro fuentes básicas de productos.

La *milpa* en la que, además del maíz, siembran otras plantas alimenticias, como el frijol, el chile y la calabaza.

El *acahual*, que es un huerto con plantas frutales que crecen con velocidad, como las plantas del plátano. Siembran el acahual en el mismo terreno de la milpa. Durante algunas estaciones, en lugar de maíz siembran frutos, para que, con la rotación de cultivos, la tierra recupere algunos de sus minerales.

La *selva* misma les permite la caza (por ejemplo del tepezcuintle, el jabalí o de algunos reptiles y aves), la pesca y la recolección (por ejemplo de guanábanas, chirimoyas o vainas, raíces y tubérculos alimenticios).

Los *ríos y lagunas* les ofrecen peces de muchas especies distintas y algunos tipos de reptiles comestibles, además de permitirles el transporte sobre cayucos que hacen ahuecando los troncos de los árboles.

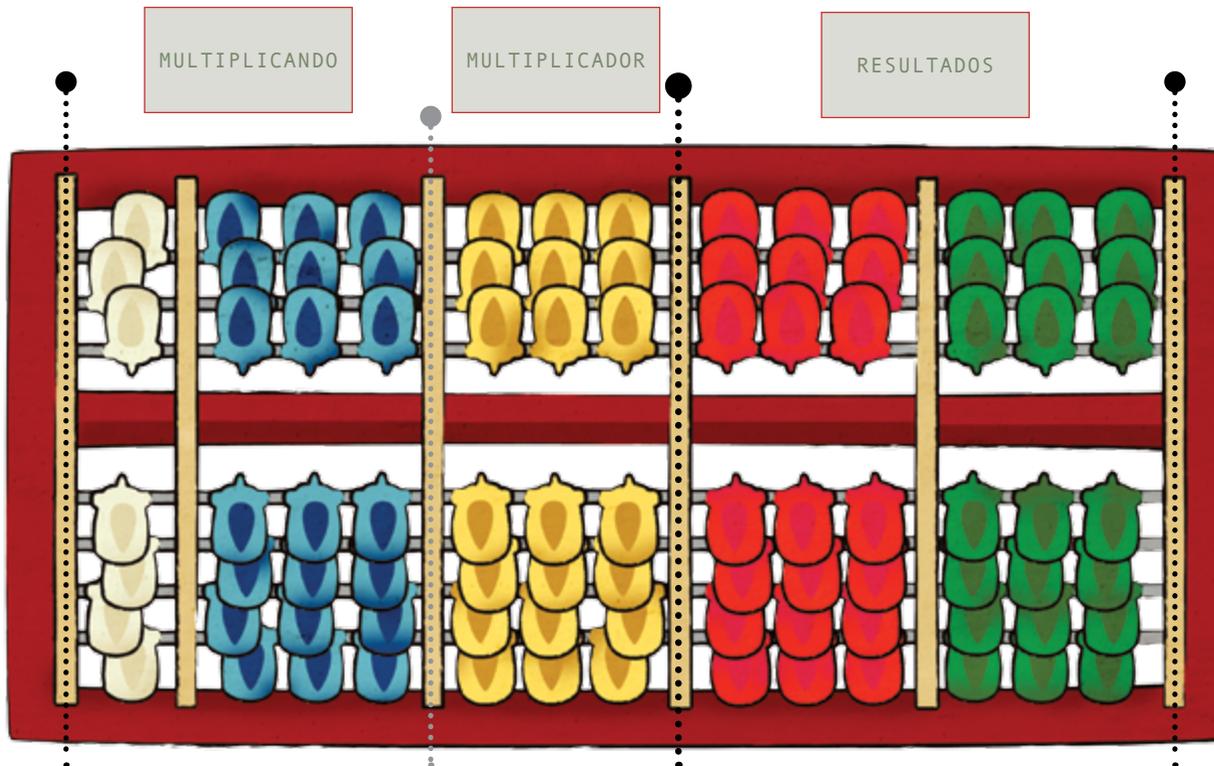
La vida de los lacandones transcurre en íntima relación con la vida de la selva.

Competencias para los alumnos

COMPETENCIA GENERAL	COMPETENCIA DE SEGUNDO CICLO	INDICADOR
<ul style="list-style-type: none"> Resuelve problemas utilizando procedimientos concretos, algoritmos convencionales y con ayuda de la calculadora. 	<ul style="list-style-type: none"> Por medio de la resolución de problemas, comprende cuándo se aplica alguna de las cuatro operaciones y se inicia en el uso de la calculadora. 	<ul style="list-style-type: none"> Resuelve problemas de suma y resta, utilizando diversos procedimientos: uso de materiales, dibujos u operaciones. Reparte y agrupa materiales concretos para resolver problemas. Usa las series para calcular cuántas veces cabe un número en otro (por ejemplo: 9 en 27). Resuelve problemas sencillos de reparto y de agrupamiento, utilizando la multiplicación y la división. Selecciona la operación matemática que necesita, para resolver más rápido un problema. Domina la forma de realizar la suma y la resta con cantidades de tres dígitos y transformación. Domina la forma de realizar la multiplicación de números enteros. Conoce la forma de realizar la división de números enteros. Identifica que al sumar, restar o multiplicar diferentes combinaciones de números puede obtener la misma cantidad (por ejemplo: $12 + 12 = 24$, $34 - 10 = 24$, $6 \times 4 = 24$). Identifica que al invertir el orden de los sumandos, el resultado es el mismo y da ejemplos (por ejemplo: $4 + 5 = 9$ y $5 + 4 = 9$). Identifica que al invertir el orden de los números en una resta, no se puede resolver y da ejemplos (por ejemplo: $9 - 5 = 4$ y $5 - 9 = ?$). Reconoce que, en una multiplicación, al invertir el orden de los factores, el resultado es el mismo.
<ul style="list-style-type: none"> Comprende y aplica las reglas del sistema de numeración decimal. 	<ul style="list-style-type: none"> Identifica la organización del sistema de numeración decimal en unidades, decenas y centenas y el valor de cada cifra según la posición que ocupa. 	<ul style="list-style-type: none"> Realiza agrupamientos de unidades, decenas, centenas y con material concreto los de millar. Hace conversiones entre unidades, decenas, centenas y millares, utilizando materiales concretos como: monedas y billetes de juguete, ábaco o granos de colores. Lee y escribe, con números y letras, la cantidad de una colección, hasta con cinco cifras. Identifica el número anterior y posterior con cantidades hasta 999. Ordena, completa y construye series con números desde de 2 en 2, hasta de 10 en 10 (por ejemplo: 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70). Indica el valor de los números enteros, hasta millares, por el lugar que ocupan en una cantidad.
<ul style="list-style-type: none"> Aplica diversas estrategias para hacer estimaciones y cálculos mentales, al predecir, resolver y comprobar resultados de problemas aritméticos. 	<ul style="list-style-type: none"> Anticipa resultados y resuelve mentalmente problemas sencillos de medición y cálculo. 	<ul style="list-style-type: none"> Calcula el resultado aproximado de problemas de suma utilizando diferentes estrategias. Calcula el resultado aproximado de problemas de resta utilizando diferentes estrategias. Calcula el resultado aproximado de problemas de multiplicación utilizando diferentes estrategias. Representa gráficamente estrategias para resolver problemas. Resuelve mentalmente problemas sencillos de suma hasta con dos dígitos. Resuelve mentalmente problemas sencillos de resta con dos dígitos. Resuelve mentalmente problemas sencillos que implican multiplicación de un dígito por dos dígitos. Explica cómo resuelve las multiplicaciones por 10 o por 100. Intercambia con sus compañeros estrategias para calcular la solución a problemas sencillos. Compara las estimaciones que hizo con los resultados que obtiene al solucionar un problema.

❁ Multiplicación

Podemos considerar a la multiplicación como una suma sucesiva. En este caso, es necesario que dividamos imaginariamente el nepohualtzitzin en dos partes. En la parte izquierda represento la sección de multiplicando y la sección de multiplicador; en la parte derecha vamos a representar los resultados.

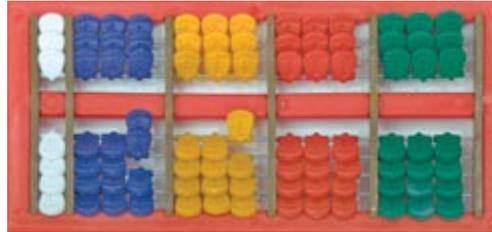




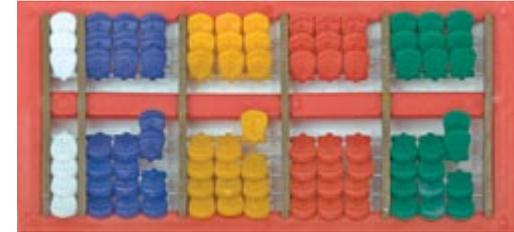
•multiplicación•

Vamos a realizar la siguiente serie de multiplicaciones, que están basadas en la tabla del 2:

$$2 \times 1 = 2$$



Primer paso: Represento el número 2 en la primera sección de la parte izquierda, que viene a ser el multiplicando, y represento el número 1 en la segunda sección de la parte izquierda, que viene a ser el multiplicador.

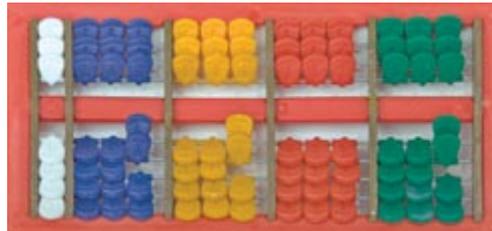


Segundo paso: Represento el resultado en la parte derecha, en la columna de las unidades.

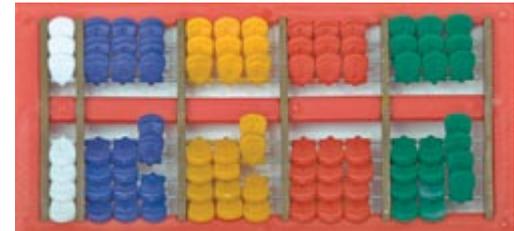


•multiplicación•

$$2 \times 2 = 4$$



Primer paso: Agrego 1 grano en la parte izquierda para tener ahora 2 granos en la sección del multiplicador. Dejo el multiplicando igual con 2 granos.

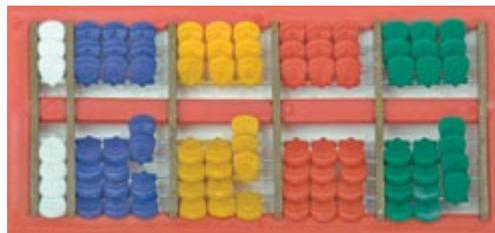


Segundo paso: En la parte derecha represento el resultado aumentando otras 2 unidades.



•multiplicación•

$$2 \times 3 = 6$$



Primer paso: Agrego 1 grano en la sección del multiplicador, para tener 3 granos. Dejo el multiplicando igual con 2 granos.

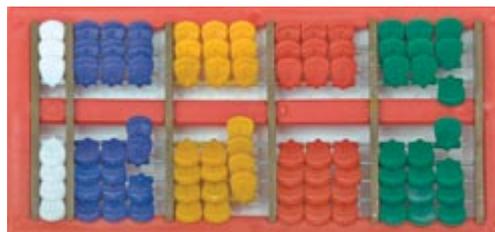


Segundo paso: En la parte derecha represento el resultado aumentando otras 2 unidades. Observa que existe una conversión, ya que muevo al centro 1 grano que vale 5 y regreso a su posición original 3 granos que valen 1.



•multiplicación•

$$2 \times 4 = 8$$



Primer paso: Agrego 1 grano en la sección del multiplicador, para tener 4 granos. Dejo el multiplicando igual con 2 granos.

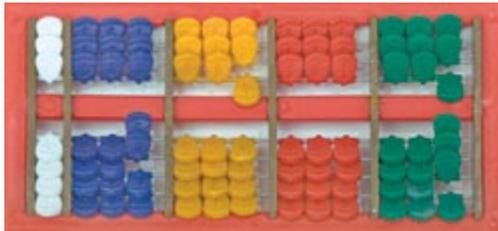


Segundo paso: En la parte derecha represento el resultado aumentando otras 2 unidades.

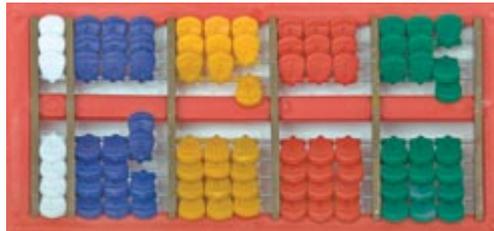


•multiplicación•

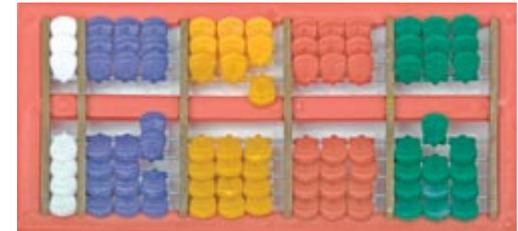
$$2 \times 5 = 10$$



Primer paso: Agrego 1 grano en la sección del multiplicador, para tener 5 granos. Observa que hay una conversión. Muevo al centro 1 grano que vale 5 y regreso a su posición original 4 granos que valen 1. Dejo el multiplicando igual con 2 granos.



Segundo paso: En la parte derecha represento el resultado aumentando otras 2 unidades. Observa que existe una conversión, ya que agrego otro grano que vale 5 y regreso a su posición original 3 granos que valen 1.

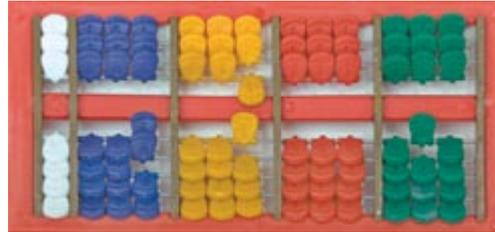


Tercer paso: Recuerda que 2 granos que valen 5 equivalen a 1 grano que vale 10. Por lo tanto, regreso a su posición original los 2 granos que valen 5 y muevo hacia el centro 1 grano que vale 10.

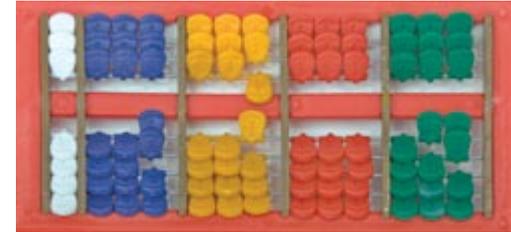


•multiplicación•

$$2 \times 6 = 12$$



Primer paso: Agrego 1 grano en la sección del multiplicador, para tener 6 granos. Dejo el multiplicando igual con 2 granos.

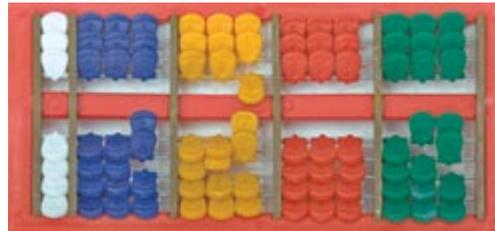


Segundo paso: En la parte derecha represento el resultado aumentando otras 2 unidades.

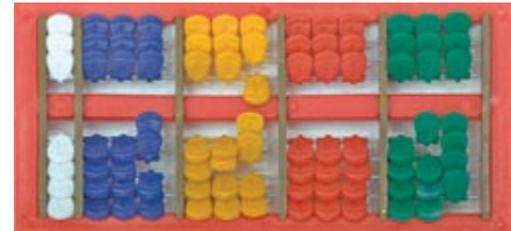


•multiplicación•

$$2 \times 7 = 14$$



Primer paso: Agrego 1 grano en la sección del multiplicador, para tener 7 granos. Dejo el multiplicando igual con 2 granos.

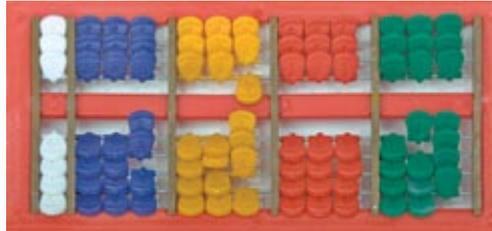


Segundo paso: En la parte derecha represento el resultado aumentando otras 2 unidades.

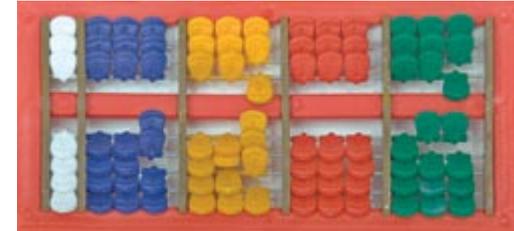


•multiplicación•

$$2 \times 8 = 16$$



Primer paso: Agrego 1 grano en la sección del multiplicador, para tener 8 granos. Dejo el multiplicando igual con 2 granos.

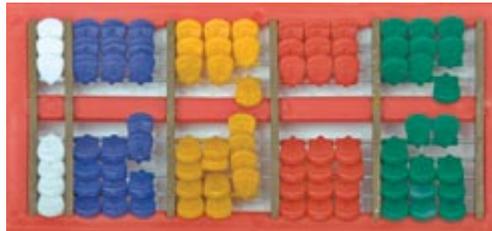


Segundo paso: En la parte derecha represento el resultado aumentando otras 2 unidades.

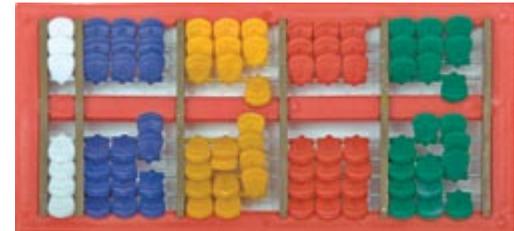


•multiplicación•

$$2 \times 9 = 18$$



Primer paso: Agrego 1 grano en la sección del multiplicador, para tener 9 granos. Dejo el multiplicando igual con 2 granos.

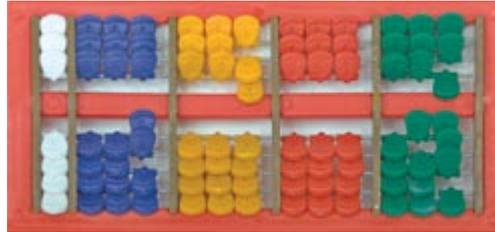


Segundo paso: En la parte derecha represento el resultado aumentando otras 2 unidades.

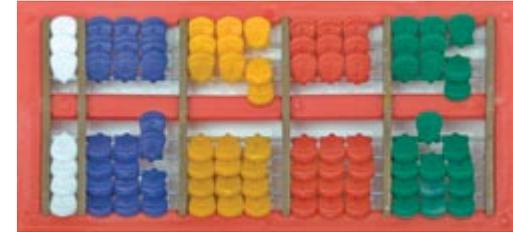


•multiplicación•

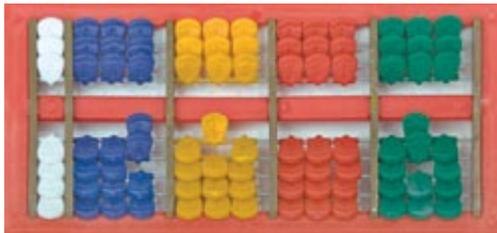
$$2 \times 10 = 20$$



Primer paso: Agrego un grano en la sección del multiplicador, para tener 10 granos. Dejo el multiplicando igual con 2 granos.



Segundo paso: En la parte derecha represento el resultado aumentando otras 2 unidades. Observa que iniciamos con el 2 en las unidades, y terminamos con el 2 en las decenas. Es decir, recorrimos un espacio hacia la izquierda para multiplicar por 10.



Tercer paso: Se realiza una conversión. Se cambian 2 granos con valor de 5 por 1 grano de una decena.

- Ejerciten con los alumnos este proceso de multiplicación con los números 3, 4, ..., 10.

Multiplicación para abreviar por cinco

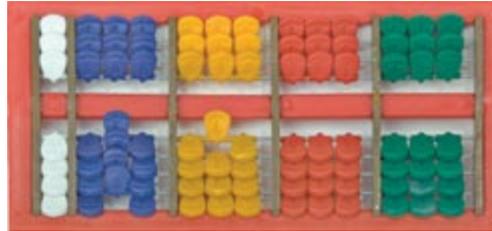
- Considerando que el número 5 es la mitad de 10, podemos abreviar de la siguiente forma:



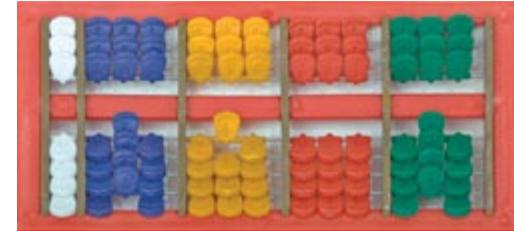
- multiplicación para abreviar por cinco •

Vamos a realizar la siguiente multiplicación:

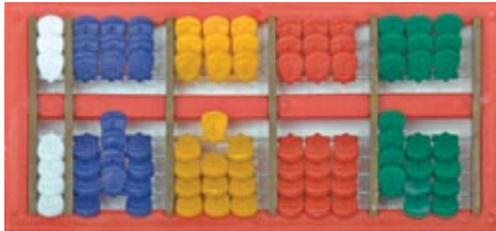
$$40 \times 5 = 20 \times 10$$



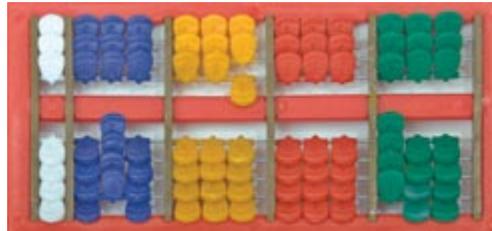
Primer paso: Represento 40 en la sección del multiplicando, y represento 10 en la sección del multiplicador.



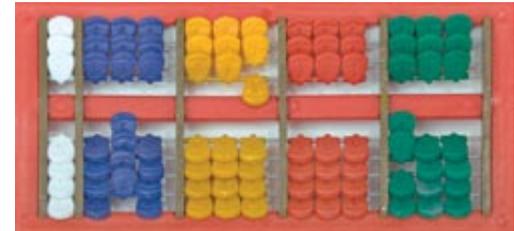
Segundo paso: En la parte del resultado represento 40, es decir, muevo al centro 4 granos que valen 10 cada uno.



Tercer paso: Muevo un espacio a la izquierda las 4 decenas para convertirlas en 4 centenas. El resultado ahora es 400.



Cuarto paso: Transformo el multiplicador en 5. Aquí, recuerda que la mitad de 10 es 5. Dejo el multiplicando igual simbolizando 40.



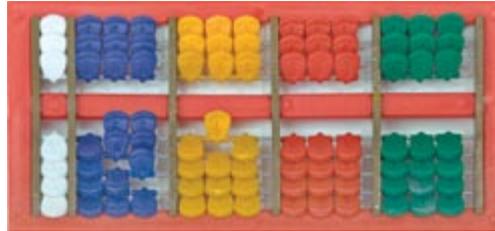
Quinto paso: De igual forma, la mitad de 400 es 200. Eso lo represento en la parte derecha.



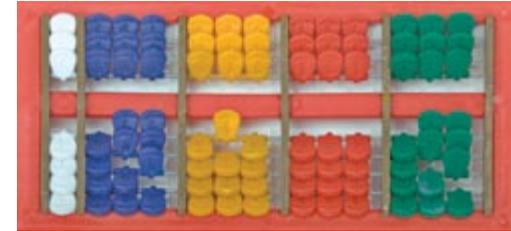
- multiplicación para abreviar por cinco •

Vamos a realizar la siguiente multiplicación con un número impar:

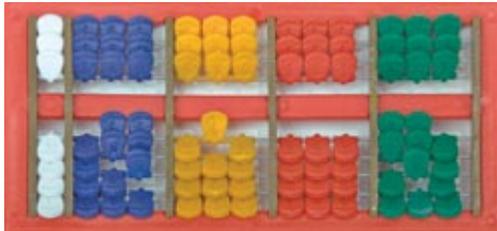
$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 5 \\ \hline 115 \end{array}$$



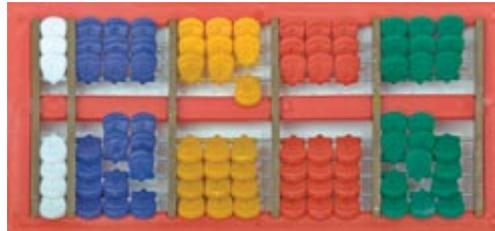
Primer paso: Represento 23 en la sección del multiplicando, y represento 10 en la sección del multiplicador.



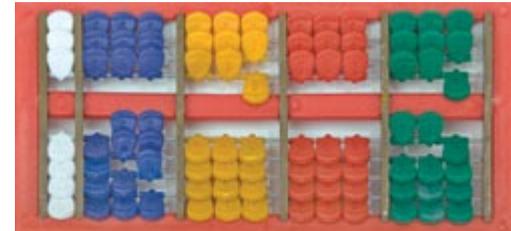
Segundo paso: En la parte de resultados represento 23, es decir, muevo al centro 2 granos que valen 10 cada uno y 3 granos que valen 1 cada uno.



Tercer paso: Muevo un espacio a la izquierda las 2 decenas y ahora valen 2 centenas. También muevo un espacio a la izquierda las 3 unidades y ahora valen 3 decenas. El resultado es 230.



Cuarto paso: Transformo el multiplicador en 5. Aquí, recuerda que la mitad de 10 es 5. Dejo el multiplicando igual simbolizando 23.



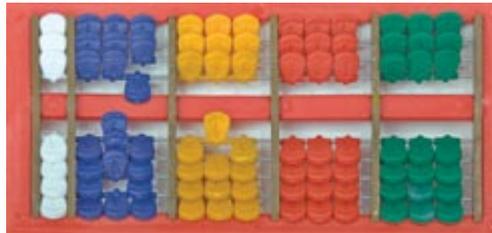
Quinto paso: De igual forma, la mitad de 30 es 15 y la mitad de 200 es 100. Así lo represento en la parte derecha.



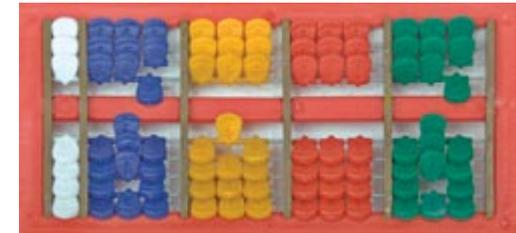
• multiplicación para abreviar por cinco •

Vamos a realizar la siguiente multiplicación para explicar cómo es posible, con el método abreviado, multiplicar por un número superior al 5:

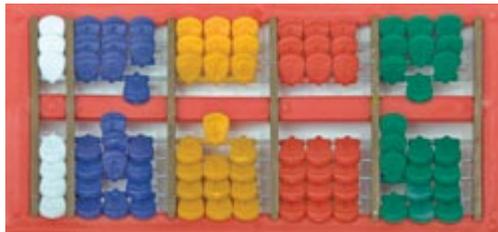
$$\begin{array}{r} 35 \\ \times 7 \\ \hline 245 \end{array}$$



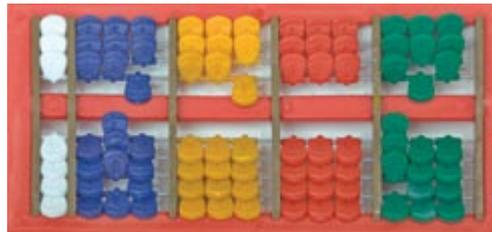
Primer paso: Represento 35 en la sección del multiplicando, y represento 10 en la sección del multiplicador.



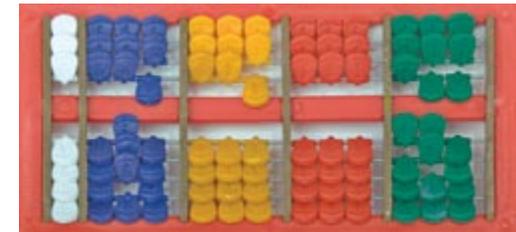
Segundo paso: En la parte de resultados, represento 35, es decir, muevo al centro 3 granos que valen 10 cada uno y 1 grano que vale 5.



Tercer paso: Muevo un espacio a la izquierda las 3 decenas y ahora valen 3 centenas. También muevo un espacio a la izquierda las 5 unidades y ahora valen 5 decenas. El resultado es 350.

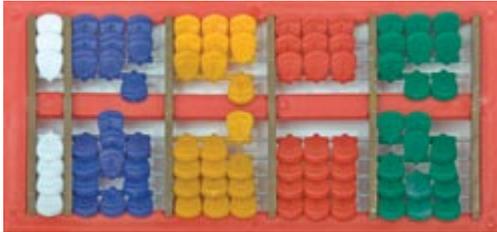


Cuarto paso: Transformo el multiplicador en 5. Aquí, recuerda que la mitad de 10 es 5. Dejo el multiplicando igual simbolizando 35.

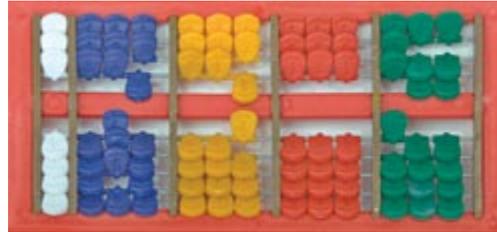


Quinto paso: De igual forma, la mitad de 50 es 25 y la mitad de 300 es 150. Así lo represento en la parte derecha = 175.

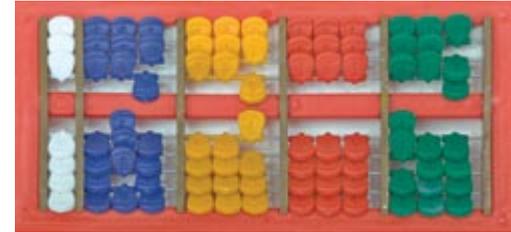
...>



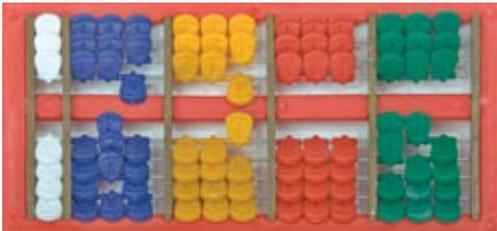
Sexto paso: Transformo el multiplicador en 6. Dejo el multiplicando igual simbolizando 35.



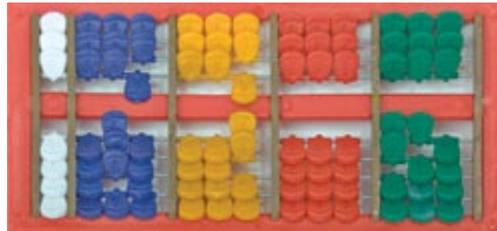
Séptimo paso: Aumento 35 al 175 y lo represento en la parte derecha = 210.



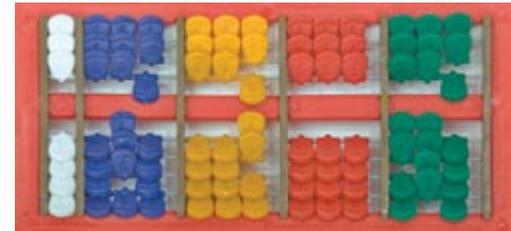
Octavo paso: Primera conversión. Dos granos de las decenas de la parte superior con valor de 50 cada uno se cambian por una centena de la parte inferior con valor de 100.



Noveno paso: Segunda conversión. Se cambian 2 granos de 5 unidades por 1 de una decena.



Décimo paso: Transformo el multiplicador en 7. Dejo el multiplicando igual simbolizando 35.

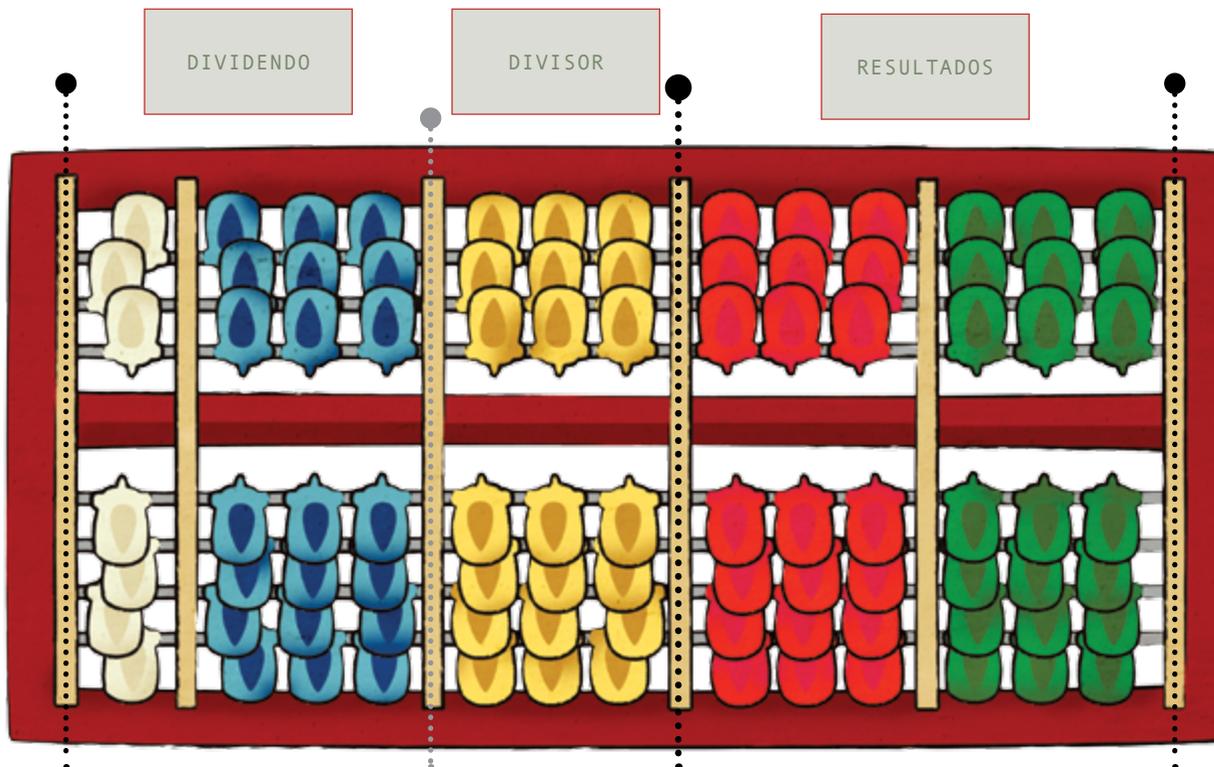


Decimoprimer paso: Aumento 35 al 210 y lo represento en la parte derecha.

- Pidan a sus alumnos realizar este procedimiento en forma mental.

❁ División

Podemos considerar que la división es una resta sucesiva. Nuevamente, en el caso de la división, es necesario que dividamos imaginariamente el nepohualtzitzin en dos partes. En la parte izquierda represento la sección de dividendo y la sección del divisor; en la parte derecha vamos a representar los resultados.

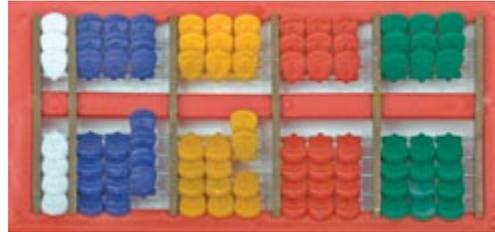




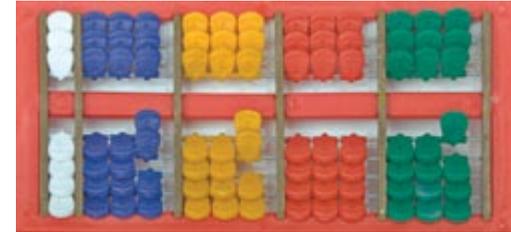
d • i • v • i • s • i • ó • n

Vamos a realizar la siguiente división:

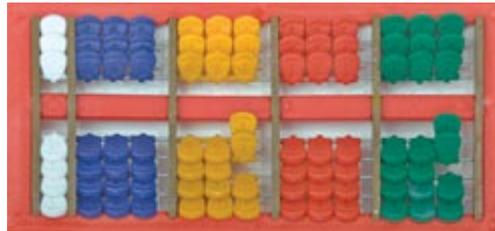
$$4 \div 2 = 2$$



Primer paso: Represento 4 en la sección del dividendo, y represento 2 en la sección del divisor.



Segundo paso: Al dividendo le resto la misma cantidad del divisor. Quedan 2. En la parte del resultado represento 1, que significa que ya resté el divisor del dividendo una vez.



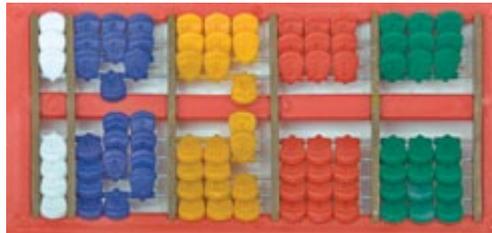
Tercer paso: Nuevamente al dividendo le resto la misma cantidad que el divisor (2). No queda nada en el dividendo. En la sección de resultados, represento otro grano en el lugar de las unidades, lo que significa que otra vez resté el divisor del dividendo.



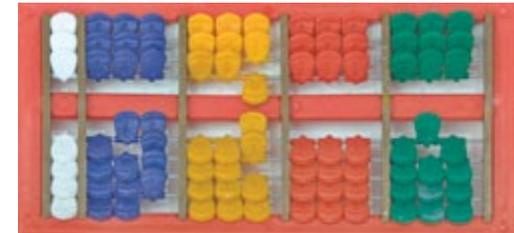
d • i • v • i • s • i • ó • n

Vamos a realizar la siguiente división:

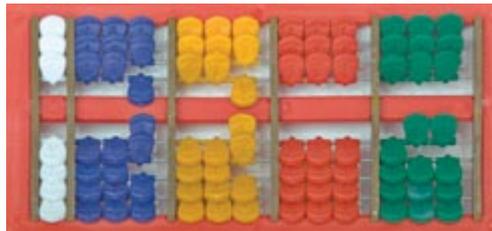
$$84 \div 7 = 12$$



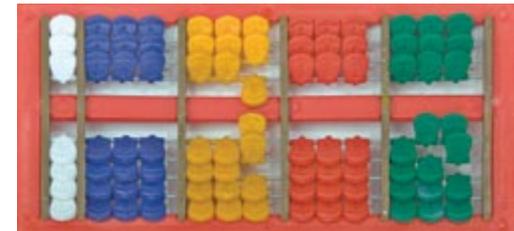
Primer paso: Represento 84 en la sección del dividendo, y represento 7 en la sección del divisor.



Segundo paso: Para abreviar, al divisor lo multiplico mentalmente por 10, y me da 70. Esta cantidad la disminuyo del dividendo que es 84 y me quedan 14. En la parte de resultados represento 10, que significa que ya resté 10 veces el divisor, que es 7, recorriendo los granos un espacio a la izquierda.



Tercer paso: Al dividendo, que ahora es 14, le resto el divisor, que es 7, y quedan 7. En la parte de resultados, aumento 1 grano con valor de 1. Es decir, ya he restado 11 veces el 7 del dividendo.



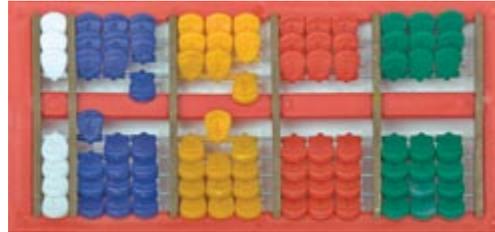
Cuarto paso: Al dividendo, que ahora es 7, le resto el divisor, que es 7 y queda 0. En la parte de resultados, aumento 1 grano con valor de 1. Es decir, ya he restado 12 veces el 7 del dividendo. Éste es el resultado. Entonces, el 7 se puede restar 12 veces al 84.



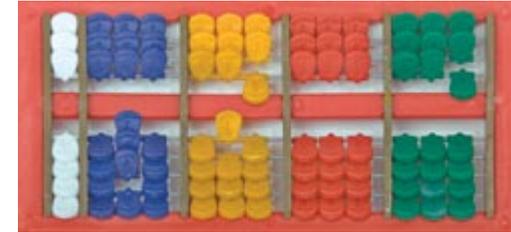
d • i • v • i • s • i • ó • n

Vamos a realizar la siguiente división:

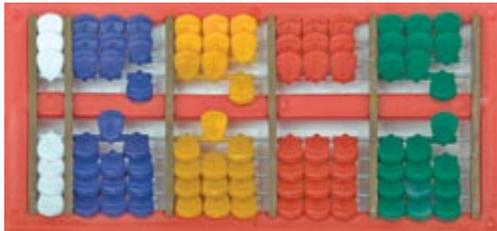
$$105 \div 15 = 7$$



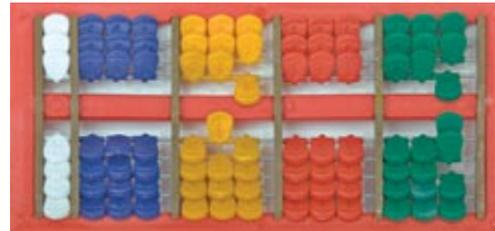
Primer paso: Represento 105 en la sección del dividendo, y represento 15 en la sección del divisor.



Segundo paso: Con el fin de abreviar, al divisor lo multiplico mentalmente por 5 (15×5), y me da 75. Esta cantidad la resto del dividendo, que es 105, y me quedan 30. En la sección de resultados, represento 5, que significa que ya resté 5 veces el divisor que es 15.

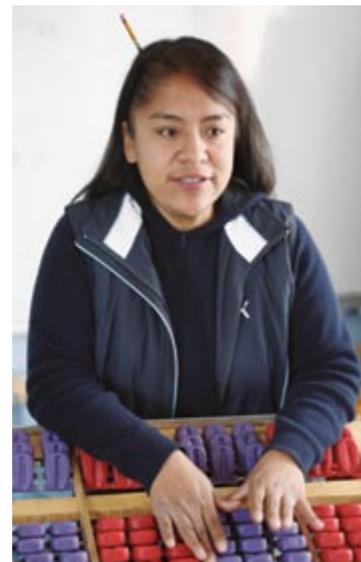


Tercer paso: Al dividendo, que ahora es 30, le resto el divisor, que es 15, y quedan 15. En la sección de resultados, aumento 1 grano con valor de 1. Es decir, ya he restado 6 veces el 15 del dividendo.



Cuarto paso: Al dividendo, que ahora es 15, le resto el divisor, que es 15, y queda 0. En la sección de resultados, aumento 1 grano con valor de 1. Es decir, ya he restado 7 veces el 15 del dividendo. Éste es el resultado. Entonces, se puede restar 7 veces el 15 al 105.

- Pidan a sus alumnos que sigan realizando divisiones con tres dígitos como dividendo y dos dígitos en el divisor. También que realicen mentalmente las operaciones.



Relación con los libros de texto gratuitos de matemáticas

Tercer grado

Lección	Página
El tiro al blanco	10, 11
Adornamos la plaza	24, 25
Colocamos papel picado	36, 37
Entrada al zoológico	44, 45
El banquito	56, 57
Reunimos dinero para ir al zoológico	62, 63
En la tienda del zoológico	48, 49
Contamos y acomodamos	80, 81
La huerta	94, 95
¡Otra vez el banquito!	114, 115
Cambios y préstamos	140, 141
La biblioteca	156, 157
Repartimos los billetitos	166, 167
¡Primero las monedas de 10!	180, 181
El museo	194, 195
Paredes de mosaicos	198, 199



Cuarto grado

Lección	Página
El sorteo	12
La rueda de la fortuna	16, 17
El vivero de Don Fermín	34, 35
Lección de repaso	44, 45
Cuadros y números	50, 51
Países, deporte y medallas	56, 57
Tableros y números	58, 59
Mosaicos de colores	60, 61
Estadios y números	90, 91
Notas deportivas	98, 99
El censo de población	128, 129





- Se sugiere ver el video “Mixes (Oaxaca)”, de la colección “Ventana a mi comunidad”, disponible en <http://eib.sep.gob.mx/>

III. Tercer ciclo de primaria (5° y 6° grados)

La vida en la milpa



La milpa está llena de sorpresas. En ella reina la diversidad porque en el mismo terreno crecen al mismo tiempo otras muchas plantas, como calabazas, ejotes, frijoles, chiles o jitomates. En la milpa también florece la vida animal con la presencia de lombrices, hormigas, pájaros de distintos colores, arañas, chapulines, mosquitos, zopilotes, catarinas, mariposas y una que otra gallina si cerca de la milpa vive alguna familia.

En la milpa, las plantas diversas se ayudan unas a las otras: la calabaza, con sus hojas anchas, protege a la tierra de los rayos del Sol y conserva la humedad; el frijol le da a la tierra el nitrógeno que necesita para alimentar a las plantas de maíz; y la caña del maíz ofrece a las plantas trepadoras (como el ejote, el chile o el frijol) un sostén para elevarse sobre el piso y extender su cuerpo.

El modo de cultivo que conocemos como milpa (conjunto formado por el maíz y todas las demás plantas que crecen a su alrededor) es un cultivo campesino. Las personas que siembran la milpa se preocupan por la vida de las plantas y también se preocupan por la vida de la tierra misma, a la que quieren, a la que respetan, a la que agradecen sus favores, a la que consideran madre.

Hay otro tipo de cultivo que podríamos llamar de extracción. Aquí los agricultores siembran un solo cultivo, sin importarles que el suelo no se fortalezca gracias a la presencia de cultivos diversos, sin importarles que la tierra se agote.

La milpa es un invento que construyeron a lo largo de milenios, los pueblos indígenas de América. Los mazahuas, como pueblos indígenas que son, conocen a la perfección el arte de cultivar la milpa y lo transmiten de generación en generación a lo largo del tiempo, para que esta sabiduría de la diversidad no se pierda.

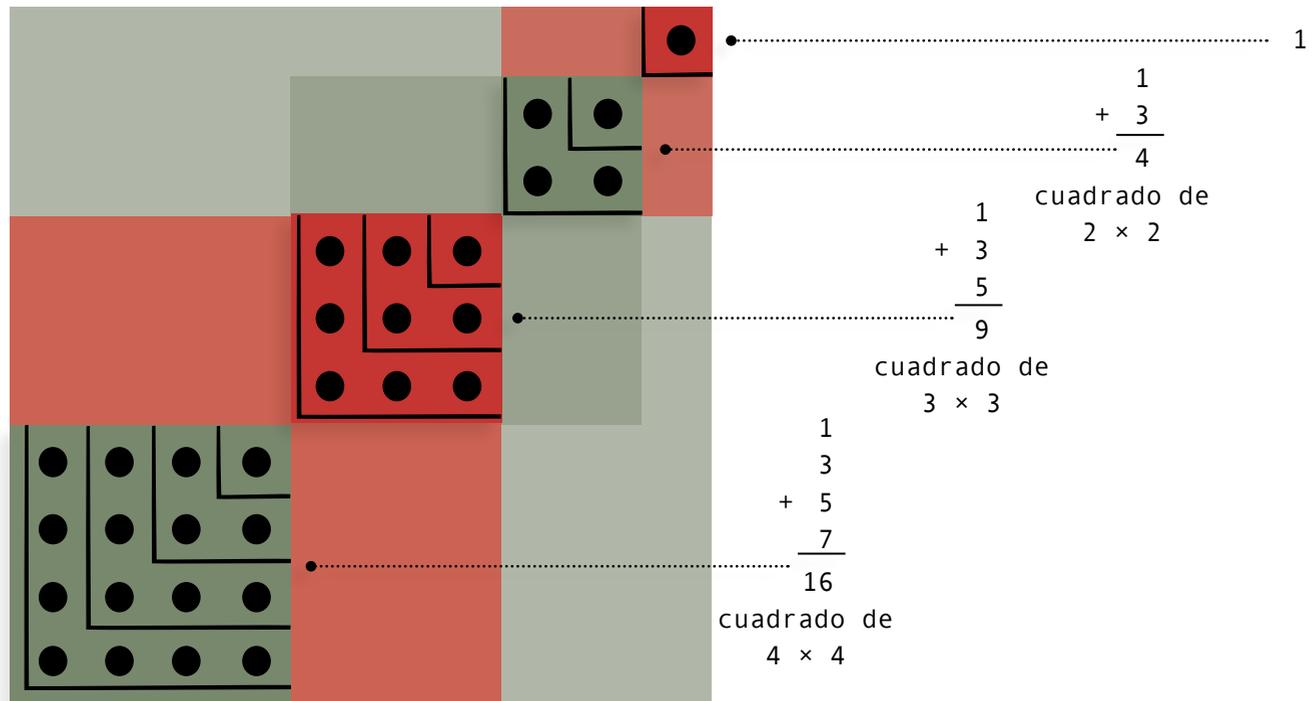
En la naturaleza, como en las sociedades, es importante la presencia de diversos organismos, para que unos a otros se complementen y para que el planeta Tierra conserve la vida que es tan valiosa y que, hasta donde sabemos, no existe en otros planetas del universo explorado.

Competencias para los alumnos

COMPETENCIA GENERAL	COMPETENCIA DE TERCER CICLO	INDICADOR
<ul style="list-style-type: none"> Comprende y aplica las reglas del sistema de numeración decimal. 	<ul style="list-style-type: none"> Explica y utiliza de manera eficiente las reglas del sistema de numeración decimal. 	<ul style="list-style-type: none"> Propone formas de agrupar y desagrupar cantidades grandes. Hace conversiones entre unidades, decenas, centenas, millares y millones sin apoyo de material concreto. Identifica el número anterior y posterior con cantidades hasta 99,999. Reconoce el valor de cualquier número entero o decimal, según la posición que ocupa. Reconoce y utiliza las reglas para la escritura de los números ordinales. Explica la diferencia entre el sistema de numeración decimal y otros sistemas, como los números mayas.
<ul style="list-style-type: none"> Aplica diversas estrategias para hacer estimaciones y cálculos mentales, al predecir, resolver y comprobar resultados de problemas aritméticos. 	<ul style="list-style-type: none"> Anticipa resultados y resuelve mentalmente problemas sencillos de medición y cálculo con números enteros y decimales. 	<ul style="list-style-type: none"> Calcula el resultado aproximado de problemas de suma utilizando diferentes estrategias. Calcula el resultado aproximado de problemas de resta utilizando diferentes estrategias. Calcula el resultado aproximado de problemas de multiplicación utilizando diferentes estrategias. Calcula el resultado aproximado de problemas de división utilizando diferentes estrategias. Representa gráficamente estrategias para resolver problemas, utilizando diagramas. Resuelve mentalmente problemas de suma hasta con tres dígitos. Resuelve mentalmente problemas de resta hasta con tres dígitos. Resuelve mentalmente problemas que implican multiplicación de un dígito por tres dígitos. Resuelve mentalmente problemas sencillos de división. Resuelve mentalmente problemas que combinan dos o más operaciones. Explica cómo resuelve las divisiones entre 10, 100 o 1,000. Analiza con sus compañeros sus estrategias de cálculo para determinar la más conveniente. Reflexiona sus estrategias de cálculo mental para obtener resultados más precisos al resolver un problema. Demuestra rapidez y exactitud en el cálculo.
<ul style="list-style-type: none"> Resuelve problemas utilizando procedimientos concretos, algoritmos convencionales y con ayuda de la calculadora. 	<ul style="list-style-type: none"> Resuelve problemas con las cuatro operaciones, y maneja la calculadora con distintos fines. 	<ul style="list-style-type: none"> Resuelve problemas de suma y resta con números enteros y decimales hasta centésimos. Resuelve problemas de multiplicación con números enteros y decimales hasta centésimos. Resuelve problemas de división con números enteros y decimales hasta centésimos. Al analizar un problema reconoce qué operaciones necesita realizar y puede justificar su elección. Domina la forma de realizar suma, resta y multiplicación con números enteros y decimales. Domina la forma de realizar la división con números enteros y decimales. Utiliza la calculadora para realizar cualquiera de las cuatro operaciones básicas, con o sin punto decimal y para verificar sus soluciones a problemas. Identifica cómo al sumar, restar, multiplicar o dividir diferentes combinaciones de números puede obtener la misma cantidad y lo verifica en la calculadora (por ejemplo: $3 + 1 = 4$, $289 - 285 = 4$, $2 \times 2 = 4$, $12/3 = 4$). Identifica que, al invertir el orden de los sumandos, el resultado es el mismo y lo explica de diversas maneras. Reconoce que en una multiplicación, al invertir el orden de los factores, el resultado es el mismo y lo explica de diversas maneras.

Raíz cuadrada

Podemos considerar que la raíz cuadrada es el número que da origen a formar un cuadrado, ya que la raíz significa origen.



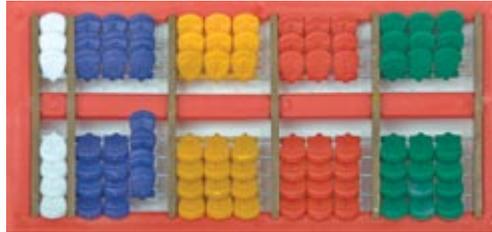
Nuevamente, en el caso de la raíz cuadrada, es necesario que dividamos imaginariamente el nephualtzitzin en dos partes. En la parte izquierda represento el número del cual voy a obtener la raíz cuadrada. Y del lado derecho voy anotando todos los números impares contenidos en la cantidad propuesta.



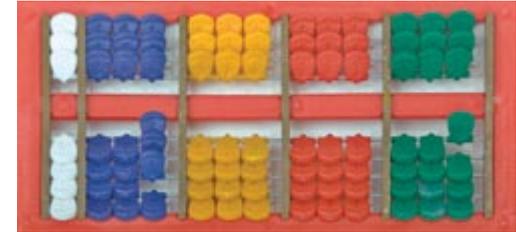
• raíz cuadrada •

Vamos a realizar la raíz cuadrada del número

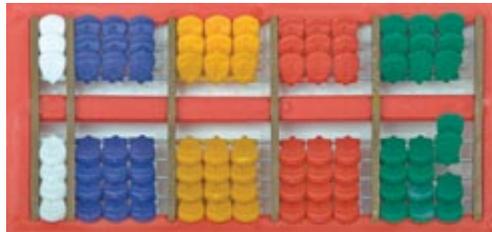
$$\sqrt{4}$$



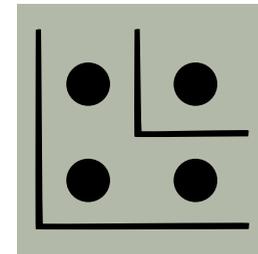
Primer paso: Represento en la primera sección de la parte izquierda el número 4.



Segundo paso: Represento el primer número impar en la parte derecha, que es el 1, y lo resto de la cantidad propuesta que es el 4 y me quedan 3.



Tercer paso: Resto a la cantidad propuesta, que ahora es 3, el siguiente número impar, que es 3. Me queda 0. En la parte derecha, agrego 1 grano más, para indicar que resté otro número impar. Tengo como resultado 2. Por lo tanto, la raíz cuadrada de 4 es igual a 2, por lo cual puedo formar un cuadrado de 2 por lado.

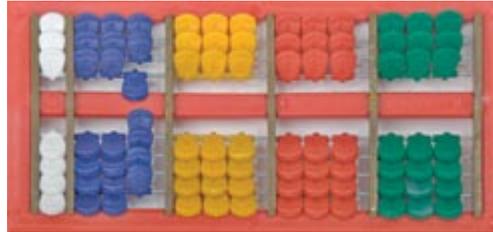




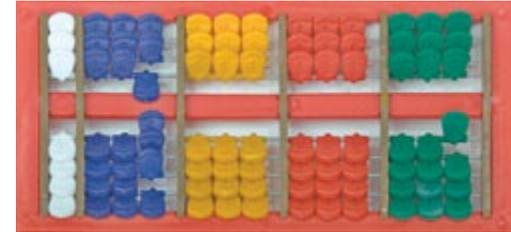
• raíz cuadrada •

Vamos a realizar la raíz cuadrada del número

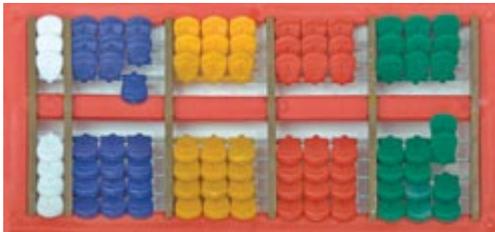
$$\sqrt{9}$$



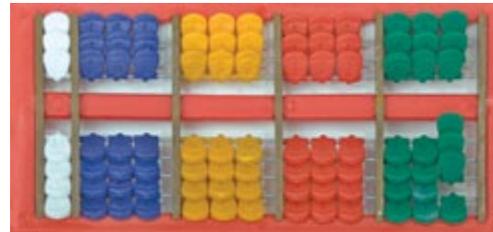
Primer paso: Represento en la primera sección de la parte izquierda la cantidad propuesta, que es el número 9.



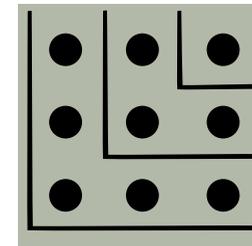
Segundo paso: Represento el primer número impar en la parte derecha, que es el 1, y lo resto de la cantidad propuesta que es el 9 y me quedan 8.



Tercer paso: Resto a la cantidad propuesta, que ahora es 8, el siguiente número impar, que es 3. Me queda 5. En la parte derecha agrego 1 grano más, para indicar que resté otro número impar. Tengo como resultado 2.



Cuarto paso: Resto a la cantidad propuesta, que ahora es 5, el siguiente número impar, que es 5. Me queda 0. En la parte derecha agrego 1 grano más, para indicar que resté otro número impar. Tengo como resultado 3. Por lo tanto, la raíz cuadrada de 9 es igual a 3, por lo cual puedo formar un cuadrado de 3 por lado.

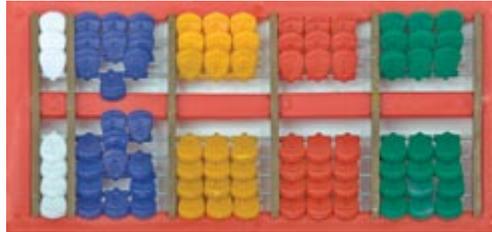




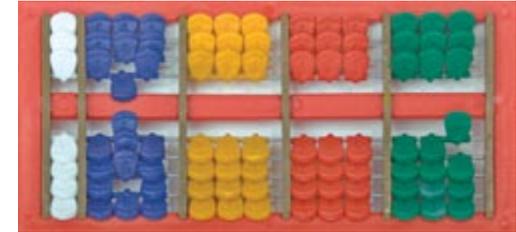
• raíz cuadrada •

Vamos a realizar la raíz cuadrada del número

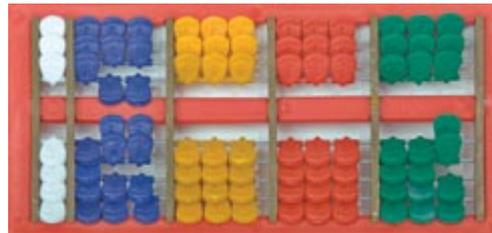
$$\sqrt{81}$$



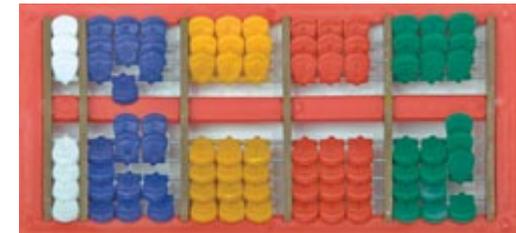
Primer paso: Represento en la primera sección de la parte izquierda la cantidad propuesta, que es el número 81.



Segundo paso: Represento el primer número impar en la parte derecha, que es el 1, lo resto de la cantidad propuesta que es el 81 y me quedan 80.

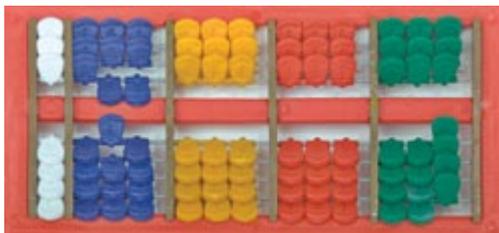


Tercer paso: Resto a la cantidad propuesta, que ahora es 80, el siguiente número impar, que es 3. Me queda 77. En la parte derecha agrego 1 grano más, para indicar que resté otro número impar.

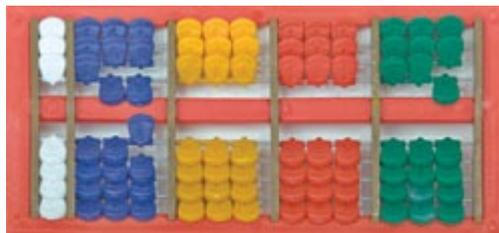


Cuarto paso: Resto a la cantidad propuesta, que ahora es 77, el siguiente número impar, que es 5. Me queda 72. En la parte derecha agrego 1 grano más, para indicar que resté otro número impar. Tengo como resultado 3.

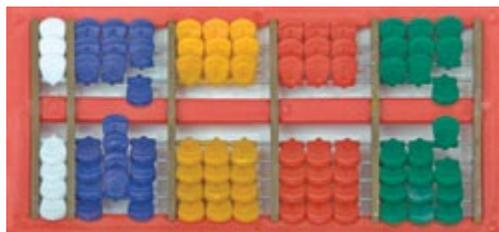
...>



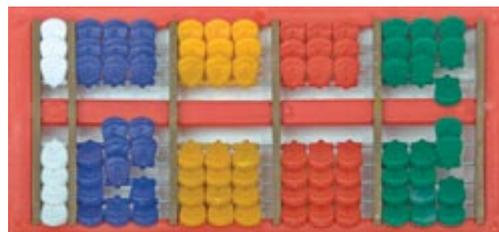
Quinto paso: Resto a la cantidad propuesta, que ahora es 72, el siguiente número impar, que es 7. Me queda 65. En la parte derecha agrego 1 grano más, para indicar que resté otro número impar. Tengo como resultado 4.



Sexto paso: Resto a la cantidad propuesta, que ahora es 65, el siguiente número impar, que es 9. Me queda 56. En la parte derecha agrego 1 grano más, para indicar que resté otro número impar. Tengo como resultado 5.

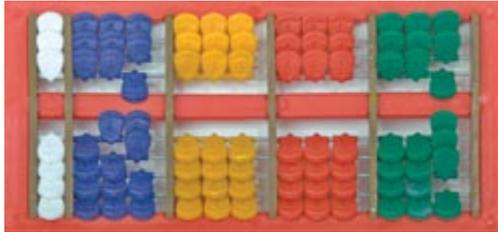


Séptimo paso: Resto a la cantidad propuesta, que ahora es 56, el siguiente número impar, que es 11. Me queda 45. En la parte derecha agrego 1 grano más, para indicar que resté otro número impar. Tengo como resultado 6.

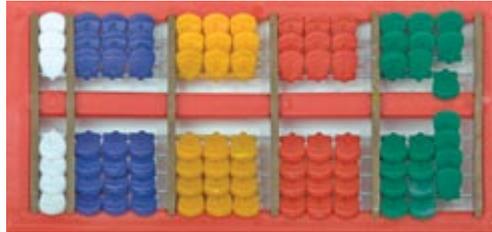


Octavo paso: Resto a la cantidad propuesta, que ahora es 45, el siguiente número impar, que es 13. Me queda 32. En la parte derecha agrego 1 grano más, para indicar que resté otro número impar. Tengo como resultado 7.

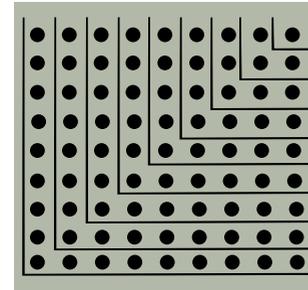
...>



Noveno paso: Resto a la cantidad propuesta, que ahora es 32, el siguiente número impar, que es 15. Me queda 17. En la parte derecha agrego un grano más, para indicar que resté otro número impar. Tengo como resultado 8.



Décimo paso: Resto a la cantidad propuesta, que ahora es 17, el siguiente número impar, que es 17. Me queda 0. En la parte derecha agrego un grano más, para indicar que resté otro número impar. Tengo como resultado 9. Por lo tanto, la raíz cuadrada de 81 es igual a 9, por lo cual puedo formar un cuadrado de 9 por lado.

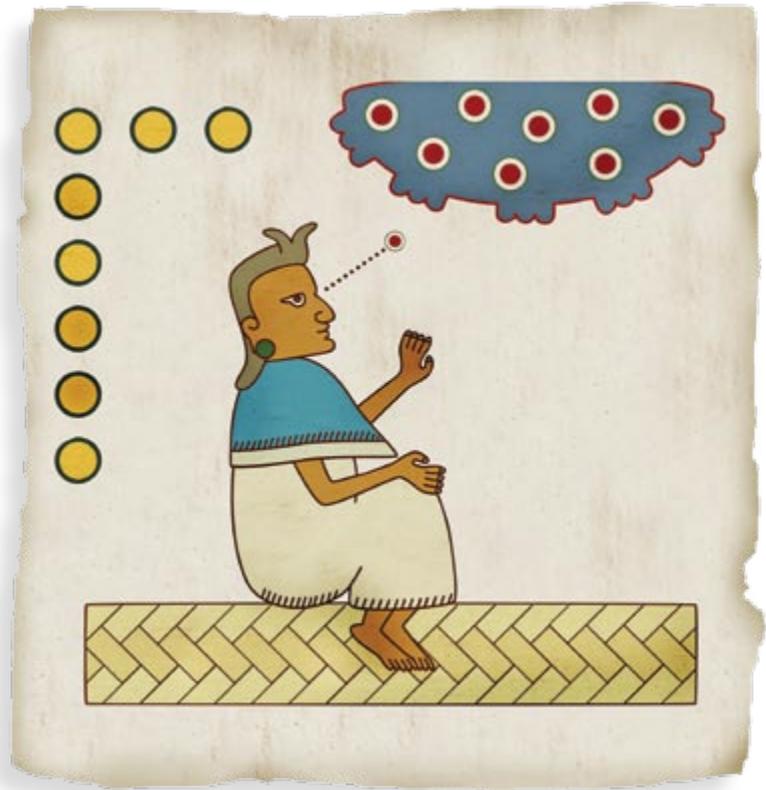


☸ Sistema vigesimal

Simbolismo cósmico del pensamiento vigesimal

En el transcurso de la historia, los pueblos mesoamericanos, preocupados por el estudio de las matemáticas, crean y desarrollan diferentes símbolos que detentan las ideas y formas descritas. Así surge la escritura y, por ende, la aparición de numerales que representan ideas, formas y mensajes. De este modo, los seres humanos aprendieron a registrar el comportamiento ordenado que habían descubierto en el cielo y en la naturaleza, lo que les ha permitido, a través de la historia, predecir eventos que benefician o afectan nuestra supervivencia en equilibrio con el todo.

Los antiguos pobladores del Anáhuac, principalmente los *tlamatinime*, se distinguieron por ser profundos observadores de los fenómenos que se manifestaban en la naturaleza, pues se percataron de que los astros del firmamento se mueven siempre conservando un orden, y también observaron que el Sol aparecía en una parte y se ocultaba en otra, y que este aparente movimiento de traslación se repetía cada cierto lapso que llamaron *semilhuitl* (día).



Numerales mayas y mexicas

Diversas formas de escritura surgieron en diferentes culturas del mundo, mostrando distintas maneras de simbolizar las cantidades y creando distintos sistemas de numeración como el de los mayas y el de los mexicas, pueblos representativos que en Mesoamérica alcanzaron el esplendor en matemáticas y astronomía.

Existen huellas de numerales compuestos de puntos y barras en la cultura olmeca, pero es en la cultura maya donde la matemática adquiere características de rango superior. Posteriormente, a través del pueblo tolteca probablemente, la cultura náhuatl logra darle continuidad y desarrollar esta ciencia.

El sistema matemático de Mesoamérica muestra al mundo un alto sentido de racionalización en una estructura sencilla, claramente lógica y completa, que se demuestra en un sistema vigesimal, el cual establece una numeración posicional que hizo prevalecer formas de computación por más de dos mil años.

Este desarrollo posicional se logra gracias a la prodigiosa invención del cero, símbolo maya que es uno de los especímenes más antiguos del pensamiento abstracto.

Tres fueron los símbolos que utilizaron los mayas para representar numerales. El caracol representa el cero y tiene diferentes grafismos. A estos símbolos, ordenados en el sistema vigesimal, se le otorgaron los siguientes valores:



Posteriormente, cada numeral, colocado en una escala posicional, adquiere un valor múltiple, como se ilustra en la página 69.

Teoría de la Gran Explosión

En 1917 surge el primer estudio teórico del Universo. En su teoría de la relatividad, Albert Einstein lo propone como un modelo matemático, estático; es decir, que no cambia con el tiempo y se mantiene constante; posteriormente, diferentes investigadores han ido perfeccionando esta hipótesis sobre el origen del Universo.

La teoría de la Gran Explosión señala que desde hace 15 000 millones de años los componentes de la unión ordenada del todo se siguen separando, esto significa que en el pasado estaban más cerca y, si pudiéramos retroceder en el tiempo, se llegaría a la conclusión de que todo salió de una singularidad. Es decir, de un núcleo de energía que contenía todo. Durante los primeros instantes, *parte* de esa energía se transformó en materia que explotó y, posteriormente, dio origen al proceso de *expansión* del universo.

Metáfora matemática del idioma náhuatl

El idioma náhuatl, en su metáfora matemática, sugiere el origen de la suprema creación donde toma forma la unión ordenada del todo. A continuación, se presenta la traducción obtenida de hablantes conocedores de la metáfora del idioma, como son: Lucio Carpanta, del estado de Guerrero, y Artemio Solís, de Milpa Alta, Distrito Federal.

NÚMERO	NÁHUATL	SIGNIFICADO
•	1 Ce	Esencia de la semilla del origen.
• •	2 Ome	Esencia de la dualidad o el equilibrio.
• • •	3 Yei	Líquido sagrado que une.
• • • •	4 Nahui	Un cuerpo completo.

Geometría suprema

Al traducir la teoría de la metáfora matemática náhuatl sobre el origen del Universo a las formas geométricas como modelo matemático de la perfección del todo, encontramos:



Ce, esencia de la semilla del origen.
Cuando sólo existía un núcleo de energía que lo contenía todo.



Ome, esencia del equilibrio.
Cuando parte de la energía se convierte en materia.



Yei, líquido sagrado que une.
Cuando ocurre el proceso de unión de energía y materia.



Nahui, cuerpo completo.
La expansión del Universo a partir del cruzamiento que da forma a un cuerpo completo. Esto quiere decir que un cruzamiento representa la unión de materia y energía de un cuerpo completo donde se inicia el proceso de expansión vertical del ser.

TEORÍA DE LA GRAN EXPLOSIÓN DEL UNIVERSO	INTERPRETACIÓN DE LA METÁFORA MATEMÁTICA
Origen: Cuando sólo existía un núcleo de energía que contenía todo.	• Esencia de la semilla del origen.
Cuando parte de la energía se convierte en materia.	• • Esencia de la dualidad o el equilibrio.
Cuando ocurre el proceso de unión de energía y materia.	• • • Líquido sagrado que une.
A partir de la formación del cuerpo completo ocurre la expansión del todo universal.	• • • • Un cuerpo completo.

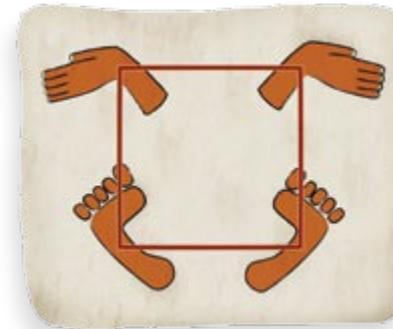
Al visualizar la verticalidad de la dimensión del ser humano en ascenso al Universo, los dedos de manos y pies representan al ser en plenitud, total: completo e integrado. Se puede decir que la superación se alcanza cuando concurren armónicamente los factores que se traducen en la vida física, mental y espiritual; cuando esto sucede, se trasciende a otra jerarquía funcional de realización total o plenitud.

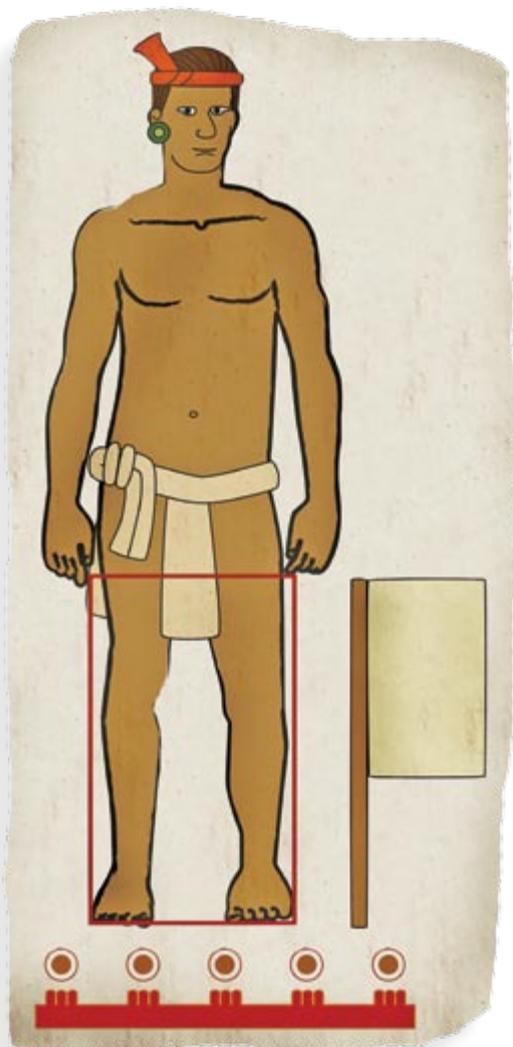
En lengua náhuatl, se dice *cempohualli*, que, traducido, significa una cuenta completa. En otras de nuestras lenguas indígenas se hace referencia a un hombre representativo de lo completo.

Trazando líneas dimensionales horizontales de manos y pies, se forma un cuadrado humano de 20 elementos.

Para el pueblo náhuatl, el número de la plenitud del ser humano es una bandera (*pantli*). El *calpulli* es la formación de 20 familias.

Numéricamente, el maya representa el ascenso a través de un punto, como la yema de un dedo, y el caracol con su espiral.





La bandera reproduce la figura cuadrangular del ser humano en plenitud. El mástil que la sostiene representa el acoplamiento de la tierra con el cielo, como la verticalidad del ser.

En la escala geométrica ascendente de un cuadrado surge el número 400 (20×20 , o 20 elevado al cuadrado). La cuenta física completa se eleva a otro nivel cuadrangular.



El náhuatl representa este número con una pluma. El ave eleva su plumaje al volar como el espíritu; así lo hace la cuenta.

En lengua náhuatl se dice *cenxontli*, que significa un cabello.

Metafóricamente, habla de lo incalculable, como el ave que lleva este nombre y que Nezahualcóyotl llama pájaro de las 400 voces, en referencia a lo incalculable de sus tonos. Así el cabello, por su ubicación, simboliza lo infinito e incalculable del pensamiento.

El maya incorpora otro símbolo del caracol para elevar el punto:



En la misma escala ascendente surge el número 8 000 (400 × 20); la cuenta incalculable de la mente humana se eleva a la cuenta del cielo infinito.

El maya representa este número incorporando otro caracol para formar un nivel adicional en el ascenso del punto:



En lengua náhuatl, *xiquipilli*: pequeño cesto cuyo entramado representa el cruzamiento del universo.



35	36	37	38	39	40	41
42	43	44	45	46	47	48
49	50	51	52	53	54	55
56	57	58	59	60	61	62
63	64	65	66	67	68	69



De esta manera, el entramado del cesto o del petate guarda un significativo simbolismo con el concepto supremo del universo, lo que se observa, por ejemplo, en ceremonias de casamiento en las que el petate se utiliza como símbolo del descanso de la dualidad divina en el cosmos.

El Chilam Balam dice que sentarse en el poder, en un asiento de petate, llamado *tolipalli*, es para quien, por parte de las entidades supremas, ostenta el dominio cósmico.

Esta cifra se muestra gráficamente con una bolsa que puede contener copal, semillas o tabaco. En lengua náhuatl, se dice *xiquipilli*.

El copal se usa en ceremonias como medio para *eleva*r las oraciones hacia la suprema energía. La metáfora indica que la cuenta incalculable del pensamiento humano (400) se eleva a través de este copal al infinito (8 000).

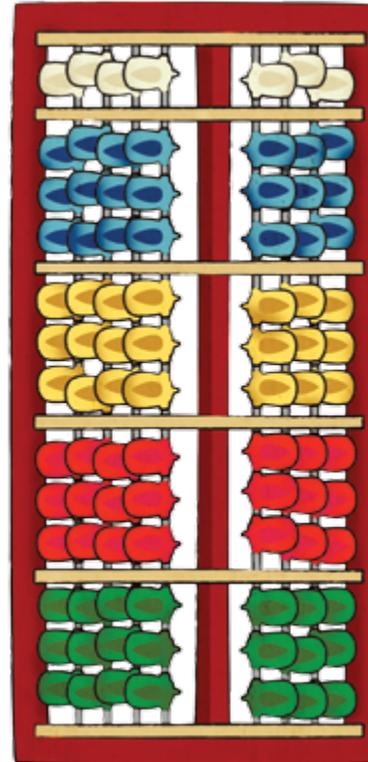


Uso del nepohualtzitzin en el sistema vigesimal

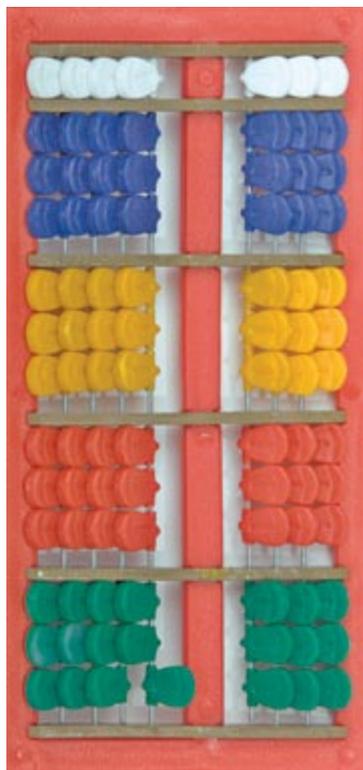
Para utilizar el nepohualtzitzin en sistema vigesimal, es necesario colocarlo en forma vertical.

Como podrás observar, las unidades están en la parte inferior. Se va escalando de 20 en 20. Por lo tanto, la segunda columna equivale a 20 veces más que la primera y así sucesivamente.

Un grano en el 7ª nivel =	64 000 000
Un grano en el 6ª nivel =	3 200 000
Un grano en el 5ª nivel =	160 000
Un grano en el 4ª nivel =	8 000
Un grano en el 3ª nivel =	400
Un grano en el 2ª nivel =	20
Un grano en el 1ª nivel =	1

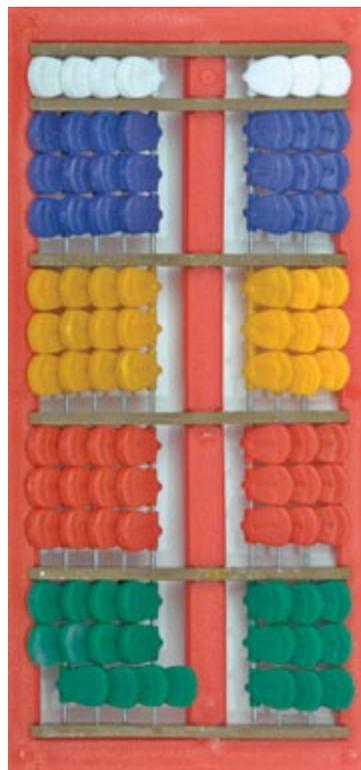


Representación de los números en sistema vigesimal



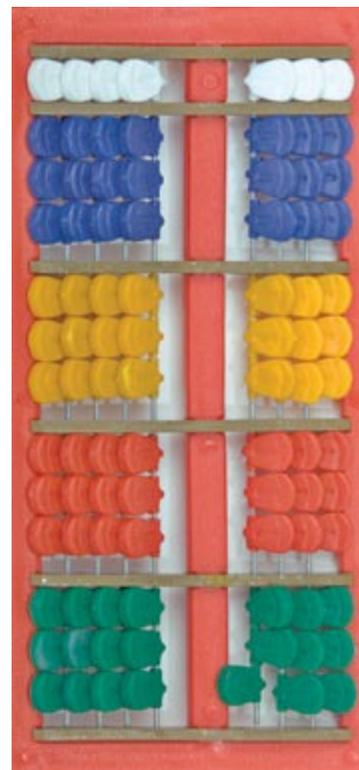
Número 1

En el primer nivel, coloco 1 grano del lado izquierdo.



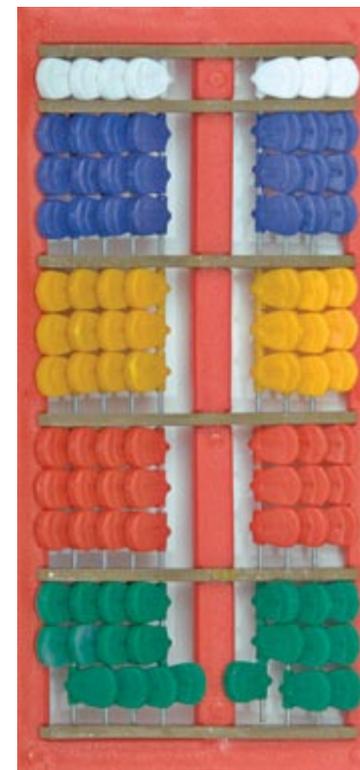
Número 4

En el primer nivel, coloco 4 granos del lazo izquierdo.



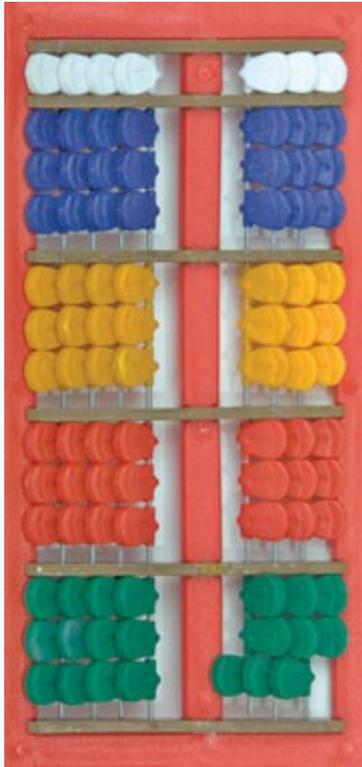
Número 5

En el primer nivel, coloco 1 grano del lado derecho.



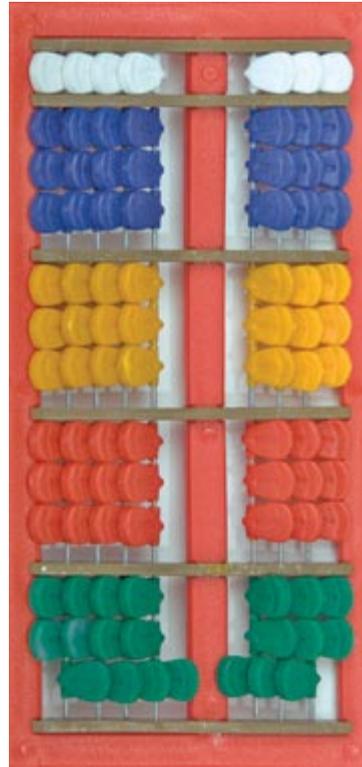
Número 9

En el primer nivel, coloco 4 granos en el lado izquierdo y 1 grano del lado derecho.



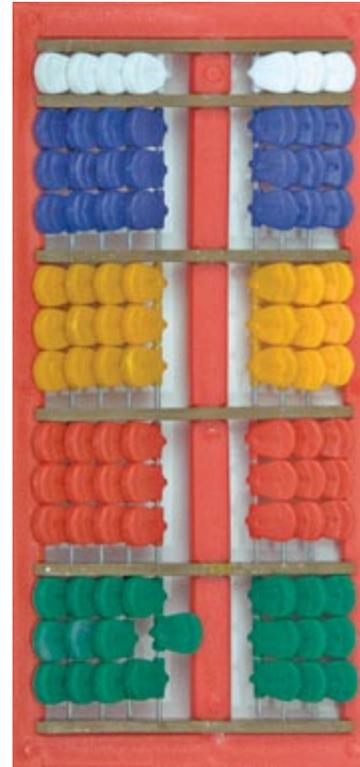
Número 15

En el primer nivel, coloco 3 granos del lado derecho.



Número 19

En el primer nivel, coloco 3 granos del lado derecho y 4 granos del lado izquierdo.



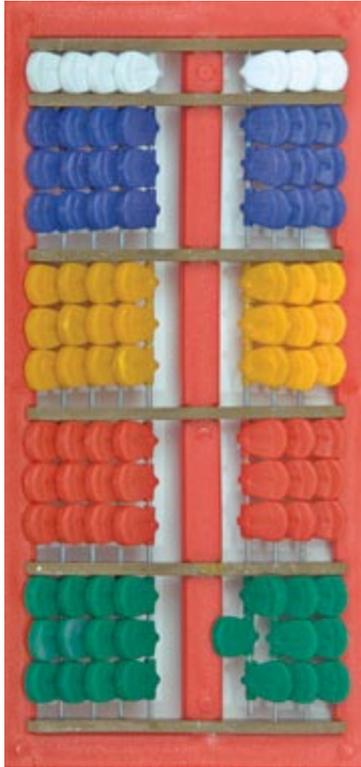
Número 20

En el segundo nivel, coloco 1 grano del lado izquierdo.



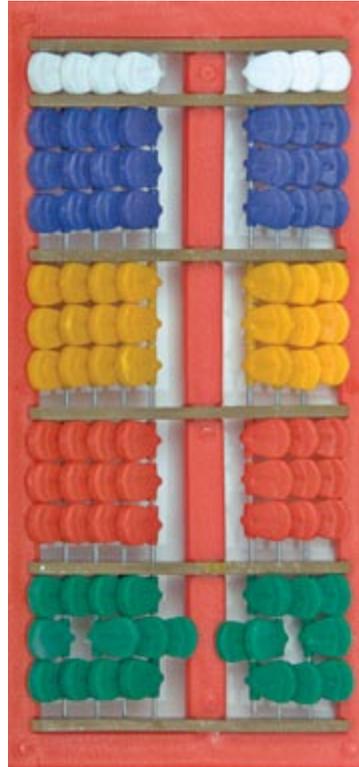
Número 80

En el segundo nivel, coloco 4 granos del lado izquierdo.



Número 100

En el segundo nivel, coloco 1 grano del lado derecho.



Número 260

En el segundo nivel, coloco 2 granos del lado derecho y 3 granos del lado izquierdo.



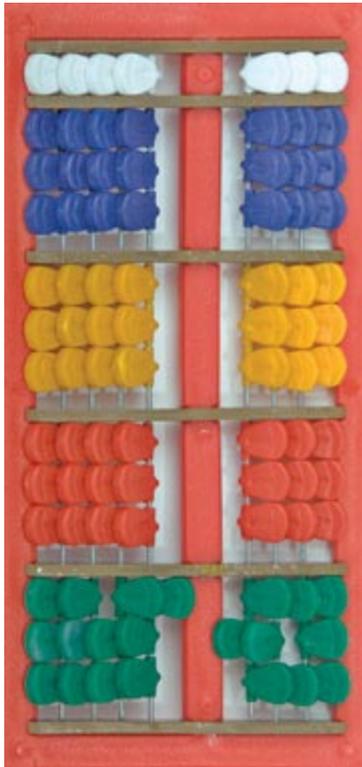
Número 400

En el tercer nivel, coloco 1 grano del lado izquierdo.



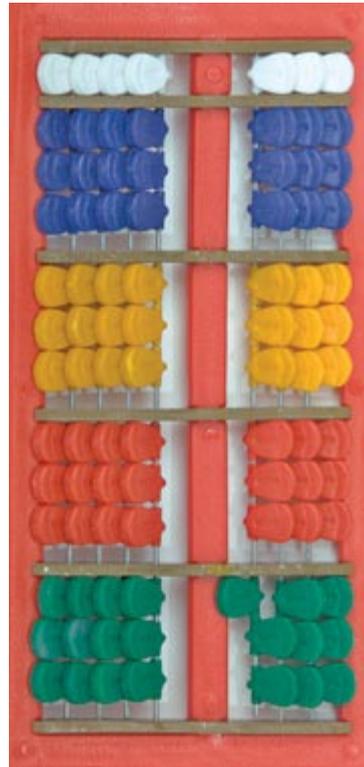
Número 521

En el tercer nivel, coloco 1 grano del lado izquierdo. En el segundo nivel, coloco 1 grano del lado derecho y 1 grano del lado izquierdo. En el primer nivel, coloco un grano del lado izquierdo.



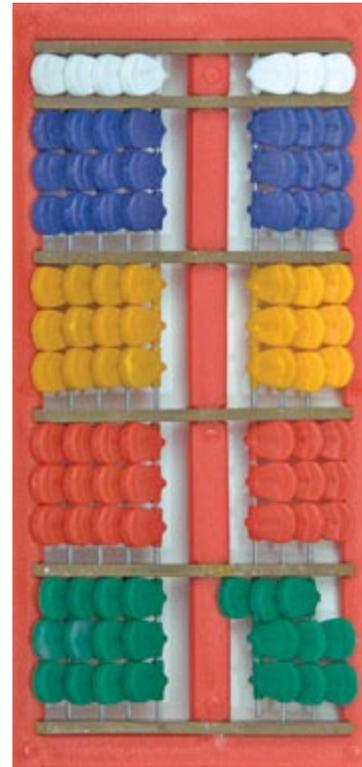
Número 1 000

En el tercer nivel, coloco 2 granos del lado izquierdo. En el segundo nivel, coloco 2 granos del lado derecho.



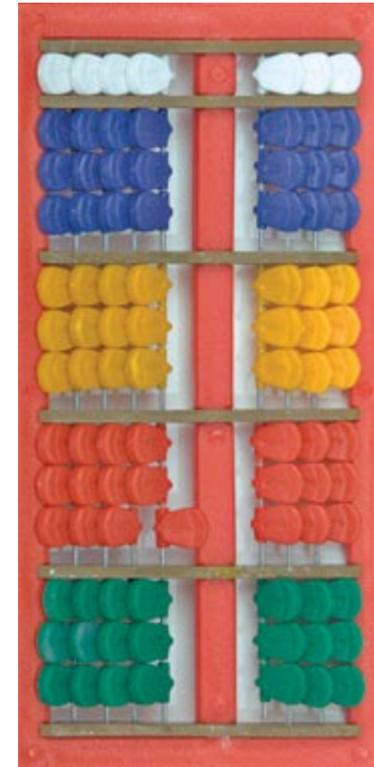
Número 2 000

En el tercer nivel, coloco 1 grano del lado derecho.



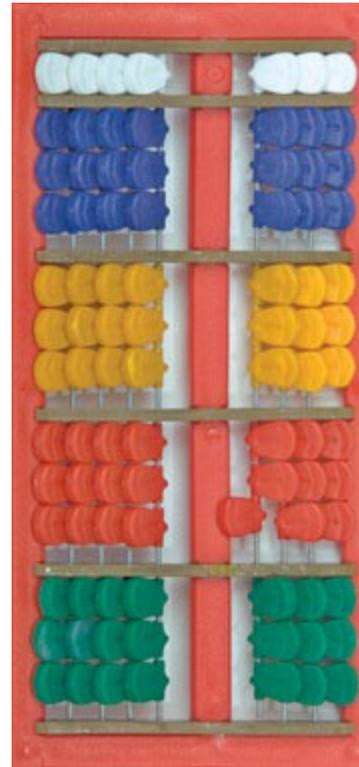
Número 6 000

En el tercer nivel, coloco 3 granos del lado derecho.



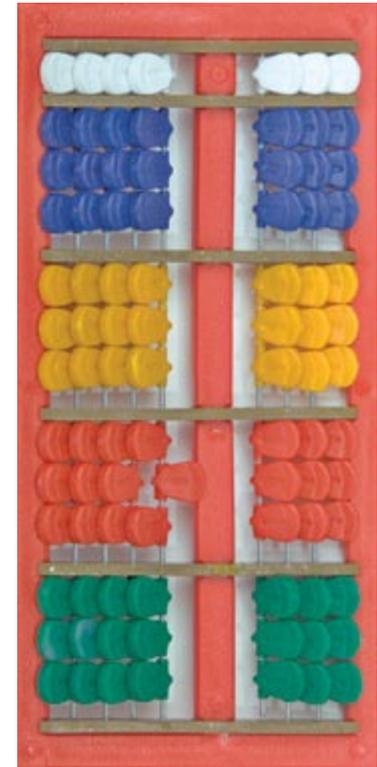
Número 8 000

En el cuarto nivel, coloco 1 grano del lado izquierdo.



Número 40 000

En el cuarto nivel,
coloco 1 grano del
lado derecho.



Número 160 000

En el quinto nivel,
coloco 1 grano del
lado izquierdo.

Relación con los **cuadernos de trabajo** de matemáticas del plan de estudios 2009 (etapa de prueba)

Sexto grado

Lección	Página
Número mayor gana	6
Los continentes en números	7
¡Cuidado con los ceros!	8
Sin pararse	9
Pasos de robot	11
A ejercitar la mente	16
¿Por escrito o mental?	17, 18
La Eurocopa	19



Relación con los **libros de texto gratuitos** de matemáticas

Quinto grado

Lección	Página
Bloque 1	8, 9
Billetes y números	10, 11
Cuadros y números	16, 17
Con la calculadora	30, 31
Hasta centenas de millar	62, 63



Sexto grado

Lección	Página
Juegos con números	10, 11
Divisiones que dan lo mismo	130, 131
Tapetes orientales	140, 141
En busca de información	150, 151
¿Qué es lo que no cambia?	158, 159

Conclusiones

El material didáctico que se presenta en este documento está centrado en el nepohualtzitzin, instrumento considerado por las culturas prehispánicas de Mesoamérica como “la cuenta relevante” o “cuentas para trascender”.

Los docentes que han utilizado el nepohualtzitzin para facilitar el proceso de aprendizaje de las matemáticas en sus alumnas y alumnos, manifiestan los siguientes comentarios a modo de conclusión:

- La enseñanza de la ciencia de los números casi siempre se orienta a que los niños mecanicen las operaciones, en lugar de comprenderlas o razonar sobre el sentido que tienen. Es muy importante que los niños entiendan las operaciones matemáticas básicas, ya que son fundamentales para su vida.
- El nepohualtzitzin es importante en el aprendizaje de los niños principalmente porque les ayuda a ir comprendiendo las matemáticas de manera lúdica, desde el nivel preescolar hasta el superior.
- Al resolver los exámenes, los niños muchas veces “atinan” cuáles son las respuestas, pero difícilmente pueden explicar por qué su elección es la correcta.
- El nepohualtzitzin es una herramienta importante para que los alumnos comprendan las operaciones básicas de esta ciencia exacta. Mediante su uso, fácilmente perciben cómo se manejan los procedimientos elementales y se favorece un aprendizaje significativo, que siempre podrán utilizar.

Con el uso del nepohualtzitzin y el auxilio de esta guía didáctica, se hace actual la visión del mundo de los pueblos originarios de Mesoamérica; asimismo, se fortalecen y se difunden los principios innovadores en las diferentes áreas del conocimiento, que tan necesarios son para México y el mundo.

Con la certeza de que el nepohualtzitzin es un apoyo para el desarrollo de la clase de matemáticas, así como de otras asignaturas afines (ciencias naturales, historia, filosofía, etc.), se pone en sus manos, estimados docentes, este instrumento matemático junto con su guía didáctica, para que ustedes también, al igual que sus alumnos, al aprender se diviertan y trasciendan a través de “la cuenta relevante”.

Bibliografía

Esparza Hidalgo, David. *Cómputo azteca*, Editorial Diana, México, 1975.

Esparza Hidalgo, David. *Nepohualtzitzin, Computador prehispánico en vigencia*, Editorial Diana, México, 1977.

Lara González, Everardo. *Nepohualtzitzin, Manual de uso*, México, 2000.

Lara González, Everardo. *Paso, camino y danzo con la cuenta de armonía*, México, 2009.

Los pueblos originarios de Mesoamérica, a través de su capacidad de observación constante y ordenada de la naturaleza y del universo, desarrollaron conocimientos matemáticos muy avanzados. Su cosmovisión estuvo influida por este principio de ordenamiento matemático del mundo, de la simplicidad de la armonía y lo dejaron plasmado en el pensamiento vigesimal de valores axiológicos. Uno de los aportes de estos pueblos originarios al mundo, que no ha sido reco-

nocido lo suficiente en México, es el nepohualtzitzín, mediante el cual realizaban operaciones y cálculos matemáticos simples y complejos.

El *Manual didáctico del nepohualtzitzín para el desarrollo de las competencias matemáticas*, ha sido diseñado para que los docentes en educación básica y todos aquellos interesados en el conocimiento y enseñanza de las matemáticas se familiaricen con este instrumento nativo de América que contribuye a mejorar el rendimiento académico de los alumnos en la asignatura de matemáticas.

